2003 年度　修士学位論文

$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊における $\pi^-\pi^0$ スペクトラル関数の測定

奈良女子大学大学院人間文化研究科
物理科学専攻　高エネルギー物理学研究室
松田佳子

2004 年 2 月

目 次

第 1 章　はじめに **1**

第 2 章　$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の物理 **3**
2.1 タウ の物理 . . . 3
2.1.1 タウ (τ) レプトン . . . 3
2.1.2 $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の特性 . . . 5
2.2 ミューオンの異常磁気モーメント：$g-2$ . . . 6
2.3 スペクトラル関数 . . . 9

第 3 章　事象選別 **11**
3.1 解析に用いたデータ . . . 11
3.2 $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象選別 . . . 11
3.2.1 τ-pair 事象選別 1 (tau skim) . . . 15
3.2.2 τ-pair 事象選別 2 . . . 15
3.3 $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象選別 . . . 19
3.3.1 π^0 の再構成 . . . 20
3.3.2 $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別 . . . 21
3.3.3 $\pi^-\pi^0$ の不変質量分布 $(M^2_{\pi^\pm\pi^0})$ . . . 24

第 4 章　$\pi^-\pi^0$ スペクトラル関数の測定 **29**
4.1 unfolding . . . 29
4.2 データを用いた $\pi\pi^0$ の不変質量分布 $((M_{\pi\pi^0})^2)$ の unfolding . . . 32
4.2.1 unfolding に使用したデータ . . . 32
4.2.2 Breit-Wigner 関数 . . . 36
4.2.3 unfolding を行った $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布と Breit-Wigner による fit . . . 38
4.3 スペクトラル関数とパイオンの構造因子 分布 . . . 41
4.3.1 スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi}(s))$ . . . 41
4.3.2 パイオンの構造因子 $(|F_\pi|^2)$ . . . 41
4.4 $a_\mu^{\pi\pi}$ の評価 . . . 43
4.4.1 ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項 . . . 43

第 5 章　結果と考察 **49**

付 録 A Belle 実験装置 **51**
A.1 非対称エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB) 51
A.2 Belle 検出器 53
A.2.1 粒子崩壊点測定器 (SVD:Silicon Vertex Detecter) 57
A.2.2 中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber) 57
A.2.3 エアロジェルチェレンコフカウンター
(ACC:Aerogel $\check{C}$erenkov Counter) 59
A.2.4 飛行時間測定器 (TOF:Time of Flight) 61
A.2.5 電磁カロリーメータ (ECL:Electromagnetic Calorimeter) 61
A.2.6 K_L,μ 粒子検出器 (KLM) 64
A.2.7 トリガーシステム 64
A.2.8 データ収集システム (DAQ) 66

付 録 B 崩壊分岐比:$\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$ の測定 **67**

図 目 次

2.1 τ におけるハドロニックな崩壊の模式図 6
2.2 ミューオンの異常磁気モーメントに寄与するファインマンダイアグラム . . 8

3.1 事象選別の流れ 12
3.2 Missing Mass 17
3.3 Missing Mass と Missing Angle の 2 次元 plot 18
3.4 アコプナリティ角 19
3.5 τ-pair 事象の例 (x-z 平面) 19
3.6 τ-pair 事象の例 (x-y 平面) 20
3.7 事象の半球図 21
3.8 π^0 シグナル分布 23
3.9 各実験番号ごとの $\pi^-\pi^0$ 不変質量の 2 乗分布の形の比較 25
3.10 $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 26
3.11 実験番号 9 から 19 をたし合わせた $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 27

4.1 $\tau \to \pi\pi^0\nu$ 崩壊のモンテカルロでの $(M_{\pi\pi^0})^2|_{generate}\ .VS.\ (M_{\pi\pi^0})^2|_{observed}$ plot. 34
4.2 モンテカルロで見積もった $(M_{\pi\pi^0})^2$ の範囲ごとアクセプタンス 35
4.3 $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 (Bin 幅は $0.05(GeV)^2$) 36
4.4 unfolding の結果得られた $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布。(G&S モデルによる fit) 39
4.5 スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi}(s))$ 分布 42
4.6 パイオンの構造因子 $(|F_\pi|^2)$ 分布 44

A.1 KEKB 加速器 52
A.2 Belle 測定器 55
A.3 Belle 測定器の構造 56
A.4 粒子崩壊点測定器の構造 57
A.5 エネルギー損失 58
A.6 中央飛跡検出器の構造 59
A.7 エアロジェルカウンターの構造 60
A.8 エアロジェルカウンターモジュールの構造 60
A.9 CsI(Tl) シャワーカウンター 62

A.10 電磁カロリーメータの断面図 63
A.11 シャワーの再構成 64
A.12 Belle トリガーシステム 65
A.13 データ収集システム。 66

B.1 実験番号ごとの $\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$ 分布図 68

表 目 次

2.1 相互作用一覧表 3
2.2 タウ粒子の崩壊モード一覧表 4

3.1 各実験番号の収集時期とルミノシティー 11
3.2 シミュレーション使用プログラム 13

4.1 Breit-Wigner(G&S モデル) の fit に用いたパラメータ 40
4.2 fit で得た結果と、他の実験結果との比較 40
4.3 スペクトラル関数の計算に用いた値 41
4.4 $a_\mu^{\pi\pi}$ の系統誤差 46
4.5 実験番号ごとの $a_\mu^{\pi\pi}$ の値と統計誤差 46

A.1 KEKB 加速器のパラメーター 52
A.2 Belle 検出器のパラメータ 54
A.3 $10^{34} cm^{-2} s^{-1}$ のルミノシティーにおける各事象の断面積とトリガー頻度 . . 65

B.1 実験番号ごとの $\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$ の値と統計誤差 67

第1章　はじめに

現在の素粒子物理学において、非常に成功をおさめている理論として、標準理論がある。この標準理論とは、自然界の基礎的な 4 つの相互作用 (重力・磁力・電磁・弱・強相互作用) のうち重力を除く 3 つを束ねる基礎理論のことである。
しかし、標準理論の中には未解決の課題がいくつかあり、その 1 つに、CP 対称性の破れの問題がある。小林・益川理論によれば、CP 対称性の破れは 3 世代クォーク間の混合時に存在する複素位相によるものと考えられており、第 3 世代の重いクォークである b クォークを含む B 中間子系において、大きな CP 対称性の破れがあることが期待されている。

高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB 加速器) は、多量の B 中間子・反 B 中間子を生成することで、B 中間子系における CP 対称性の破れを観測し、その謎にせまる事を目的として建設された加速器である。加速器の衝突点には大型検出器 (Belle 測定器) が設置されており、この測定器による実験データの収集が 2000 年 6 月から始まっている。2003 年の段階で、KEKB 加速器は世界最強のビーム強度 (ルミノシティ) $\mathcal{L} = 10.6 \times 10^{33}\ cm^{-2}sec^{-1}$ を達成している。このルミノシティで年間に 10^8 個の B 中間子を得る事ができることから、KEKB 加速器は B-ファクトリーとも呼ばれている。2002 年には、B 中間子系において CP 対称性の破れが、たしかに見られることを本実験においてはじめて確認した。

また、KEKB 加速器では、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 反応を通じて非常に高統計 (10^8 個 / 年) のタウ (τ) 粒子を得ることができる。ここで生成されるタウ粒子の量は、従来の加速器で得られたタウ粒子の数より、2 桁ほど多い量であり、KEKB は B-ファクトリーであると同時に、タウ粒子を多量に作り出す τ-ファクトリーとしても重要なものである。

τ 粒子は電子の約 3500 倍の質量を持つ、第 3 世代のもっとも重いレプトンで、レプトンの中で唯一ハドロンに崩壊できる粒子である。
そのため、比較的低いエネルギーのハドロンの性質を調べる為に非常に重要である。実際、τ 粒子がハドロンに崩壊する崩壊分岐比やその終状態のハドロンの質量分布に関するこれまでの実験データは、μ 粒子の異常磁気モーメント $(g-2)$ の理論的計算や、強い相互作用の結合定数 α_s を決める事に大きな貢献をしてきた。

本論文では、Belle 検出器が収集した多量のタウ粒子対事象を用いて、様々なタウ粒子の崩壊の中で特にタウ粒子が 2π のハドロン系へ崩壊する $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 過程に関する解

析結果について報告する。
崩壊モードは、ここでは、τ^- の崩壊のみを示しているが、解析では、電荷の符号を変えた、$\tau^+ \to \pi^+\pi^0\nu_\tau$ 反応も同時に扱っている。
本解析は、昨年度の解析 [20] を引き継ぎ、最終的な結果を得ることを目的としている。今年度は、昨年度の 16 倍の量のデータを解析し、結果の信頼性や、系統誤差について、詳しく検討した。

以降、第 2 章では、理論的な背景として、τ 粒子と $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の特徴について述べた後、τ の実験データと μ 粒子異常磁気モーメント $g-2$ の理論計算について述べる。第 3 章では、まず、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象選別について述べ、その後、$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を選ぶために用いた事象選別について述べる。第 4 章では $\pi^-\pi^0$ 系の質量分布の測定を行い、その後、本解析の目的であるスペクトラル関数の測定について詳しく報告する。最後に第 5 章で、結果のまとめを行う。
なお、タウ粒子を生成し収集した、KEKB 加速器、belle 検出器については、付録 A で詳しく述べる。

第2章　$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の物理

1975 年、アメリカの SLAC のマーチン・パール、ゲイリー・フェルドマンらによって、タウ粒子が発見された。彼らはこれを” 異常なレプトン生成の存在する証拠について” という題の論文で発表した。当時はタウレプトンについて直接的な理論からの予言は全くなく、真の意味での新発見であった。タウ粒子はレプトン族の第 3 世代目に位置し、第 3 世代の粒子の中では、クォーク族・レプトン族を通じて一番最初に発見された粒子である。第 3 世代目の粒子の発見は、クォーク族とレプトン族の比較から、当時クォーク族も第 3 世代が存在するという期待をもたせた。

2.1　タウ の物理

2.1.1　タウ (τ) レプトン

レプトン属には, 以下にあるように 6 種類 3 世代の粒子が存在することが知られている。

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

これらレプトンの共通の特徴として、強い相互作用をせず、電磁相互作用と弱い相互作用のみ行うことがあげられる。
現在知られている 4 つの相互作用の特徴を表 2.1 にまとめた。電磁相互作用は、光子 (γ) を媒介し、無限の距離に到達することができる。一方、弱い相互作用は短距離しか到達できず、$W^\pm$ ボソンや Z^0 ボソンを媒介する。荷電カレント反応 ($l \to \nu_l$) では、$W^\pm$ が放出され、中性カレント反応 ($e^- \to Z^0 e^-$) では、Z^0 が放出される。
タウ粒子は第 3 世代に属し、レプトンの中でも質量が最も大きい $1.78GeV/c^2$。寿命は $290.6 \pm 1.1 \times 10^{-5}$ 秒である。このように質量が重いことから、レプトンの中で唯一、終

相互作用	媒介粒子 (質量)	到達距離 [m]	力を感じるもの
強い相互作用	グルーオン (0)	$\leq 10^{-15}$	色荷
弱い相互作用	$W^\pm$(80GeV),Z^0(90GeV)	10^{-18}	弱電荷
電磁相互作用	光子 γ(0)	∞	電荷
重力	Graviton	∞	質量

表 2.1: 相互作用一覧表

状態にハドロンを含んだ崩壊をすることができる粒子である。

タウ粒子をもっとも簡単に生成する方法は、電子・陽電子衝突型加速器で、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 反応において、タウ粒子対を生成させることである[1]。
重心系のエネルギー、10.58GeV の KEKB 加速器で、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 反応によって生成されるタウ粒子対の生成断面積は、

$$\sigma(e^+e^- \to \tau^+\tau^-) = 0.91nb \tag{2.2}$$

である。この断面積は B 中間子対生成断面積[2] とほぼ同じであり、一年間で B 中間子対とほぼおなじ量 (10^8 個) のタウ粒子が生成できる。生成されたタウ粒子はそれぞれ平均 240μm 飛び、その後、表 2.2 に示すような様々な終状態へ崩壊する。

崩壊過程	崩壊分岐比 (%)
$e^-\overline{\nu_e}\nu_\tau$	17.84 ± 0.06
$\mu^-\overline{\nu_\mu}\nu_\tau$	17.37 ± 0.06
$\pi^-\nu_\tau$	11.06 ± 0.11
$\pi^-\pi^0\nu_\tau$	25.41 ± 0.14
$\pi^-2\pi^0\nu_\tau(ex.K^0)$	9.17 ± 0.14
$\pi^-3\pi^0\nu_\tau(ex.K^0)$	1.08 ± 0.1
$h^-4\pi^0\nu_\tau(ex.K^0)$	0.16 ± 0.06
$K^-\pi^0\nu_\tau$	0.450 ± 0.03
$\pi^-K^0\nu_\tau$	0.89 ± 0.04

表 2.2: タウ粒子の崩壊モード一覧表。ここで、h^- は π^- または K^- を示す。

タウ粒子のこれらの崩壊過程のうち、終状態に軽いレプトンのみを含んだ崩壊過程 ($\tau \to e\nu_e\nu_\tau$, $\tau \to \mu\nu_\mu\nu_\tau$) をレプトニック崩壊と呼ぶ。終状態にハドロン (π,K やその共鳴状態) を含む崩壊をセミレプトニック崩壊と呼ぶ。現在知られているそれぞれの崩壊モードの崩壊分岐比の値を表 2.2 にまとめた。[3]。

タウ粒子が $e^-\overline{\nu_e}\nu_\tau$ や $\mu^-\overline{\nu_\mu}\nu_\tau$ のような終状態へ崩壊するレプトニック崩壊の割合は 35.1%である。この崩壊分岐比の値は理論上、電弱輻射補正のレベルでよく理解されており、崩壊幅は、次式

[1]実際、タウ粒子の最初の発見も、$SLAC$ の電子・陽電子貯蔵リングを用いた実験であった。重心系のエネルギー ($\sqrt{s}$) がタウ粒子の 2 倍 (23.4GeV) あれば、タウ粒子対を生成することができる。
[2]$\sigma(e^+e^- \to B\bar{B}) = 1.05$
[3]表の値は Particle Data Groupe 2002 から得た。

$$\Gamma_{\tau\to l} \equiv \Gamma(\tau^- \to l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) r_{EW}, \tag{2.3}$$

で与えられる。ここで G_F はフェルミ結合定数、m_l は電子の質量 (m_e) または μ 粒子の質量 (m_μ)、関数 $f(x)$ は $f(x) = 1 - 8x + 8x^3 + x^4 - 12x^2 \log x$ である。特に電子に崩壊する場合電子の質量はタウ粒子に比べて非常に小さいため、ほぼ $f(x) = 1$ となる。r_{EW}=0.996 はフェルミ結合定数 G_F の中に含まれてない輻射補正項である。
この式 (2.3) の崩壊幅を用いて、レプトニックな崩壊の崩壊分岐比 $\mathcal{B}_{\tau\to l}$ は、

$$\mathcal{B}_{\tau\to l} = \frac{\Gamma_{\tau\to l}}{\Gamma_{tot}} \quad , \qquad (l = e, \mu) \tag{2.4}$$

で与えられる。ここで、Γ_{tot} はタウ粒子が崩壊するすべてのパターンの崩壊幅の和である。タウ粒子の寿命 τ_τ と Γ_{tot} の関係は $\Gamma_{tot} = \frac{1}{\tau_\tau}$ で与えられるので、Γ_{tot} はタウ粒子の寿命 τ_τ を測定することで求めることができる。

2.1.2 $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の特性

前節 2.2.1 で述べたように、τ 粒子は終状態でハドロンに崩壊することができる唯一のレプトンである。タウ粒子は様々なハドロン崩壊のモードを持つが、本解析では特に、

$$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$$

崩壊について研究した[4]。本解析で用いた $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の模式図を図 2.1 に示す。
この図からもわかるように、τ レプトンのセミレプトニック崩壊は、強い相互作用を受けないレプトンだけの部分と、ウィークカレントを経て 2π の状態へ変換するハドロニックな系の部分とを分けて扱うことができる。
弱い相互作用のみの部分はよく理解されているので、後で述べるように $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊は、低いエネルギー $(\sim 1GeV)$ 付近のハドロン状態の情報を得るシステムとして重要である。

$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のように終状態に、2 つの擬スカラーメソンを含むハドロニックな状態への崩壊では、終状態のハドロン系は一般に J^P=0^+ および 1^- のスピンパリティー量子数をもつ可能性がある。しかし、ベクトルカレントの保存則により、J^P=0^+ の状態は禁止されるので、$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊では比較的質量の低いベクトルメソン $\rho(770)$ を通じた崩壊 $\tau^- \to \rho^-\nu_\tau$ が、主な崩壊過程となっている。また $\rho(770)$ の励起状態である $\rho'(1450)$ や $\rho''(1700)$ も観測されている。
さらにベクトルカレントの保存を仮定すると、この $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊での $\pi\pi^0$ 系の質量スペクトラムと $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ 反応で生成される $\pi^+\pi^-$ 系の質量スペクトラムを関連づけ

[4]ここでは τ^- 崩壊のみを示しているが、解析では $tau^+ \to \pi^+\pi^0\nu_\tau$ 反応も同様に扱っている

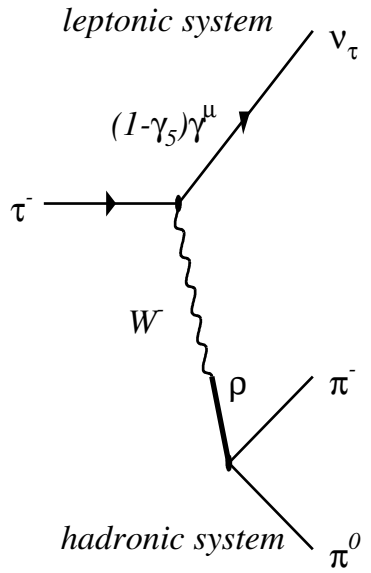

図 2.1: τ におけるハドロニックな崩壊の模式図

ることができる。
次節に述べるように、$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ の崩壊分岐比や $\pi\pi^0$ 系の質量スペクトラムの精密なデータはミューオンの異常磁気能率 $g_\mu - 2$ の理論計算の精度をあげる上で非常に重要である。

2.2 ミューオンの異常磁気モーメント：$g-2$

電子やミューオンなどのスピン $\frac{1}{2}$ の荷電粒子は、スピンに起因した磁気モーメントを持たなければならず、$g-$ 因子を用いて、磁気モーメントは、

$$\mu = g \cdot \frac{e\hbar}{2mc} \tag{2.5}$$

と表される。ここで、m は粒子の質量、e は電荷である。
スピン $\frac{1}{2}$ のディラック粒子の場合、$g = 2$ である。実際のミューオンの磁気モーメント g_μ は 2 からずれており、そのずれの大きさを異常磁気モーメントと呼ぶ。
ミューオンの異常磁気モーメント a_μ は

$$a_\mu \equiv \frac{g_\mu - 2}{2} \tag{2.6}$$

と定義される。
ミューオンの異常磁気モーメントは、電磁量子力学の正しさを証明するものとして、昔から精密な測定が試みられてきた [1][2]。その最新の実験結果は、2002 年 9 月にアメリカの BNL (ブルックヘブン国立研究所) で行われているミューオンの $g-2$ 実験から、

$$a_\mu^{exp} = (11659203 \pm 8) \times 10^{-10} \tag{2.7}$$

と報告されている [2]。

ミューオンの異常磁気モーメントをこの精度まで理論から計算するには、数多くのファインマンダイアグラムからの寄与を検討する必要がある。標準理論では、図 2.2 に示すようにそれらの寄与は大きく 4 つに分類することができる。

- 電磁相互作用 図 2.2(a)
- 弱い相互作用からの寄与 図 2.2(b)
- ハドロンの真空偏極からの寄与 図 2.2(c)
- 光子・光子散乱過程からの寄与 図 2.2(d)

一番大きな影響をもたらす電磁相互作用 (a_μ^{QED}) の最低次の項 (図 2.2(a)) は、電子もミューオンも同じである。ゆえに $g-$ 因子の 2 からのずれはほぼ同じ値をとる。弱い相互作用の影響 $(a_\mu(EW))$ 図 2.2(b) も理論的不定性は少ない。
現在、理論に最も大きな不定性をもたらすのは、強い相互作用をする粒子を仮想的につくり出すハドロニックな部分 $(a_\mu^{hadoron})$ であり、比較的低いエネルギー領域でのハドロンの真空偏極による項 $(a_\mu^{had,LO})$ 図2.2(c)、高いエネルギー領域でのハドロンの真空偏極による項 $(a_\mu^{had,HO})$ と、4 個の光子の間の光子光子散乱による項 $(a_\mu^{had,LBL})$ 図 2.2(d) の 3 つから成っている。
よって、a_μ は、

$$a_\mu = a_\mu^{QED} + (a_\mu(EW) + a_\mu^{hadoron} \tag{2.8}$$

$$a_\mu^{hadoron} = a_\mu^{had,LO} + a_\mu^{had,HO} + a_\mu^{had,LBL} \tag{2.9}$$

と書き表すことができる。

ハドロンの真空偏極による項 $(a_\mu^{had,LO})$ は、純粋な理論計算が現時点では不可能である。そのため、低エネルギーでの e^+e^- 衝突のハドロン生成断面積から量子力学的に考え直すことで計算がされる。光子光子散乱に関する補正は適当な実験値を使って表すことができる量であるため、理論的に計算されているので、ハドロンの真空偏極項について、以下に述べる。

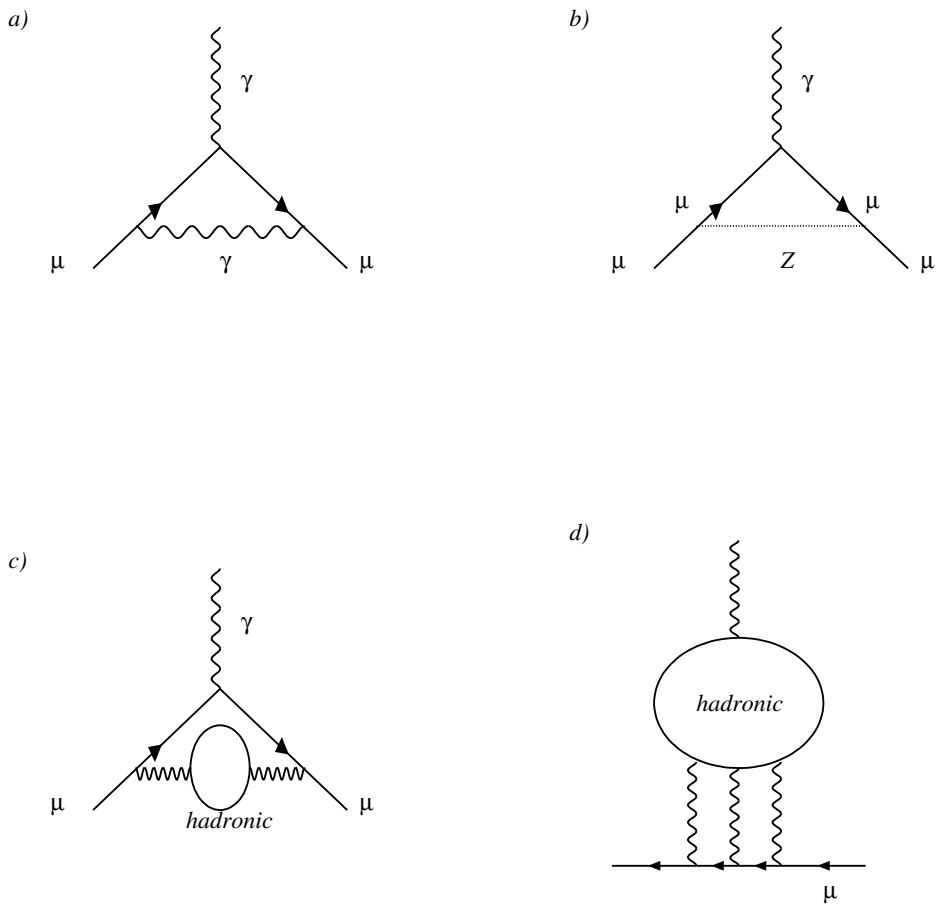

図 2.2: ミューオンの異常磁気モーメントに寄与するダイアグラム。 a). 電磁相互作用 b). 弱い相互作用 c). ハドロン真空偏極項 d). 光子・光子散乱過程

ハドロンの真空偏極項のうち、大部分を占めるのが、先程も述べた $a_\mu^{had,LO}$ であり、その中でも、支配的なもんは 73% を占める $\pi\pi$ 系 (終状態に π が 2 つある系) からの寄与 ($a_\mu^{\pi\pi}$) である。本解析で用いた $\tau^- \to \pi^-\pi^0\tau_\nu$ 崩壊は、この寄与を求めるのに大きく貢献する。

ハドロニックな寄与の主な次数、$a_\mu^{had,LO}$ はハドロンの真空偏極によって与えられ、e^+e^- 崩壊断面積の測定から評価できる。

$$a_\mu^{had,LO} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s)}{s^2}\hat{K}(s)ds \tag{2.10}$$

ここで、α は微細構造定数、s は $\pi\pi$ 系の不変質量の 2 乗、$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^-\to hadrons)}{4\pi\alpha^2/3s}$ である。また、$\hat{K}(s) = \frac{3s}{m_\mu^2}K(s)$ で、$K(s)$ は既知の関数であり、

$$K(s) = x^2\left(1-\frac{x^2}{2}\right) + (1+x^2)\left(1+\frac{1}{x^2}\right)(ln(1+x) - x - \frac{x^2}{2}) + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)x^2 lnx \tag{2.11}$$

で与えられている。ここで x、β_μ は、μ 粒子の質量 M_μ の関数で、それぞれ

$$x = \frac{1-\beta_\mu}{1+\beta_\mu},\ \beta_\mu = \sqrt{1-4M_\mu^2/s}$$

で与えられる。

すなわち e^+e^- 反応の断面積 σ のエネルギー依存性 $\sigma(e^+e^-\to hadrons$ が実験データより与えられると、式 (2.10) より、$a_\mu^{had,LO}$ の値を求めることができる。この様に、ハドロン状態の情報は e^+e^- 反応より得られるが、アイソスピン保存を仮定すると、$\tau \to hadron\nu_\tau$ 反応も、ハドロンの真空偏極項の評価に使うことができる。

2.3 スペクトラル関数

τ 崩壊のスペクトラル関数は e^+e^- 崩壊断面積のアイソベクトルの部分に関係がある。$e^+e^-\to\pi^+\pi^-$ 反応の崩壊断面積は、スペクトラル関数 $v_0(q^2)$ を用いて、

$$\sigma_0(e^+e^-\to\pi^+\pi^-) = \frac{4\pi^2\alpha^2}{q^2}\times v_0(q^2) \tag{2.12}$$

と定義される。ここで、q は e^+e^- の重心エネルギーである。

$\tau^-\to\pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊では、スペクトラル関数 $v_-(q^2)$ は、崩壊分岐比を用いて

$$v_-(q^2) = \frac{m_{\tau^2}}{6|V_{ud}|^2 S_{EW}}\times\frac{\mathcal{B}(\tau^-\to\pi^-\pi^0\nu_\tau)}{\mathcal{B}(\tau^-\to e^-\nu_\tau\bar{\nu}_e)}\frac{1}{\left(1-\frac{q^2}{m_{\tau^2}}\right)^2\left(1+\frac{2q^2}{m_{\tau^2}}\right)}\times\frac{1}{\Gamma}\frac{d\Gamma}{dq}(\tau\to\pi^-\pi^0\nu_\tau) \tag{2.13}$$

と表せる。ここで q は $\pi\pi$ 系の不変質量である。
$|V_{ud}|$ はカビボ-小林益川行列の成分を示し、S_{EW} は電弱補正を意味し、$\mathcal{B}(i)$ は i 番目の崩壊モードの崩壊分岐比である。

e^+e^- 崩壊から得たスペクトラル関数 $v_0(q^2)$ と、τ 崩壊から得られた $v_-(q^2)$ は、アイソスピン保存則 (CVC) より、

$$v_0(q^2) = v_-(q^2) \tag{2.14}$$

という関係になる。

よって、ハドロン補正部分 $a_\mu^{had,LO}$ を計算するには、$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊が持つスペクトラル関数を測定すればよい。

$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊からの、スペクトラル関数 $v_-(q^2)$ は、$\frac{1}{N}\frac{dN}{ds}$ 測定の式 2.13 の逆数をとることによって得る。

第3章　事象選別

3.1　解析に用いたデータ

本解析で用いた実験データは、KEK にある重心系のエネルギー $\sqrt{s} = 10.6GeV$ の e^+e^- 衝突型加速器 (KEKB 加速器) に設置された Belle 検出器を用いて収集されたものである。(KEKB 加速器と Belle 検出器については付録 A で詳しく述べる)

本解析で用いたのは、Belle 実験において 2002 年 3 月までに収集されたデータ[1]であり、そのデータ量は積分ルミノシティにして $72.2/fb$ である。これは、τ-pair 事象にして約 4.0×10^6 event に相当する。実験番号ごとの収集時期とルミノシティーは表 3.1 に記す。

また、実験データに含まれるバックグラウンドの見積もりや、実験のアクセプタンスを求めるために擬似事象生成プログラム (モンテカルロシュミレーション) を用いた。そのために用いたプログラムの名称を表 3.2 に示す。

3.2　$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象選別

事象選別は以下の 2 段階で行われる。
(1)$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象 (タウ粒子対事象) の選別
(2)$\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別

実験番号	収集された時期	ルミノシティー
9	2000 年 10 月 ~ 2000 年 12 月	4.44 /fb
11	2001 年 1 月 ~ 2001 年 4 月	8.132 /fb
13	2001 年 4 月 ~ 2001 年 7 月	10.739 /fb
15	2001 年 10 月 ~ 2001 年 12 月	12.682 /fb
17	2002 年 1 月 ~ 2002 年 3 月	11.181 /fb
19	2002 年 3 月 ~ 2002 年 7 月	25.055 /fb

表 3.1: 各実験番号の収集時期とルミノシティー

[1]2000 年 10 月から 2002 年 3 月までに収集された実験番号 19 のデータ

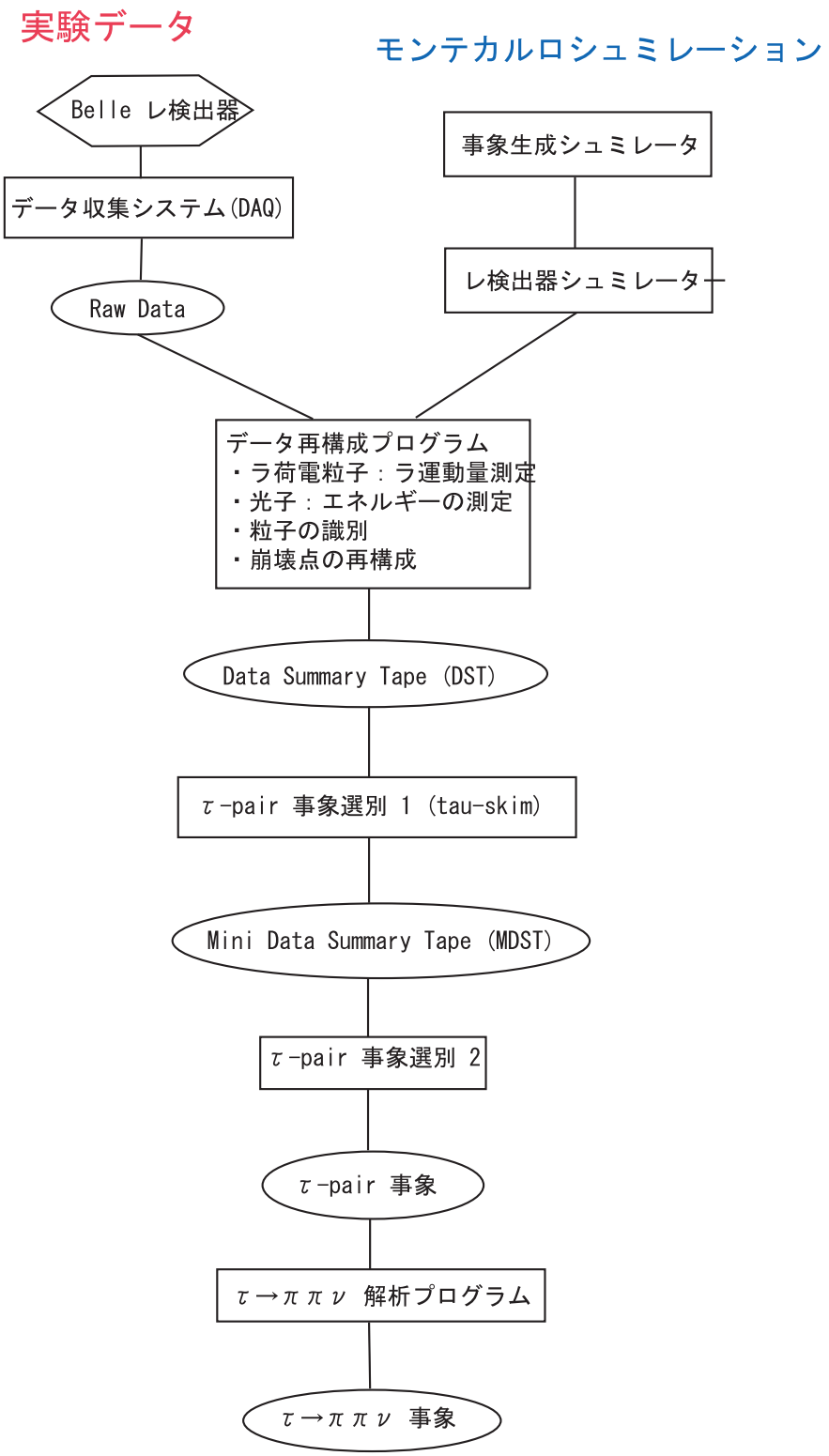

図 3.1: $\tau \to \pi\pi^0\nu$ 事象選別の流れ

	e^+e^- 衝突反応	生成断面積	使用したプログラム	参照
信号	$ee \to \tau\tau(\tau \to \pi\pi^0\nu_{tau})$	0.91nb	KORALB/TAUOLA	[9]
バックグラウンド	$ee \to \tau\tau(\tau \to others)$	0.91nb	KORALB/TAUOLA	[9]
	$ee \to ee\mu\mu$	18.9 nb	AAFHB	[18]
	$ee \to eeee$	40.9 nb	AAFHB	[18]
	$ee \to eeuu/dd$	12.50 nb	AAFHB	[18]
	$ee \to eess$	0.227 nb	AAFHB	[18]
	$ee \to eecc$	0.03 nb	AAFHB	[18]
	$ee \to e^+e^-$	100.2 nb	BHLUMI	[16]
	$ee \to \mu\mu\gamma$	1 nb	KKMC	[17]
	$ee \to q\bar{q}(q = u, d, s)$	2.09 nb	QQ	[15]
	$ee \to c\bar{c}$	1.30 nb	QQ	[15]
	$ee \to B^+B^-$	0.525 nb	QQ	[15]
	$ee \to B^0B^0$	0.525 nb	QQ	[15]

表 3.2: データに寄与する e^+e^- 衝突反応の生成断面積及び、シミュレーションに使用したプログラム名

$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象の特徴としては、

- 荷電飛跡の数が少ないこと
- 反応の中で出てくるニュートリノ (ν_τ) が検出されないため運動量やエネルギーに不足分 (missing) がある。このため τ 粒子の崩壊事象においてはこれを運動学的に直接識別することはできない。(よって、「τ-pair 事象らしきものから いかにバックグラウンドを減らすことができるか」が重要になる。)

が挙げられる。

様々な τ 粒子の崩壊の中で、荷電粒子 (荷電飛跡) を 1 本含むモードで崩壊するものは全体の 85%、荷電飛跡が 3 本含まれるような崩壊は 15%である。よって、$\tau^+\tau^-$ 事象で考えると

- $\tau^+\tau^-$ のいずれも荷電飛跡 1 本を含む崩壊 (荷電飛跡 計 2 本) : 72%
- $\tau^+\tau^-$ のうち一方が荷電飛跡を 1 本、もう一方が 3 本含む崩壊 (荷電飛跡 計 4 本) : 13%

となる。つまり、荷電飛跡が 2 本から 4 本ある事象を選べば、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象のうちの大部分 (85%) を選ぶことができる。

また、上にも書いたように τ 粒子の事象においては ν_τ が検出されないため運動量やエネルギーに不足分がある。このため運動学的に直接事象を識別することはできない。しかしながら、これは τ 崩壊の大きな特徴であり他の反応と区別し、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 反応以外のバックグラウンドを減らす際に重要なものである。
実験データに含まれる $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象以外のバックグラウンドには次のようなものがある。

$Bhabha$ 散乱	: $e^+e^- \to e^+e^-(\gamma)$
μ 粒子対生成	: $e^+e^- \to \mu^+\mu^-\gamma$
ハドロン対生成	: $e^+e^- \to q\bar{q}(\gamma)$
$B\bar{B}$ 対生成	: $e^+e^- \to B\bar{B}$
2 光子生成反応	: $e^+e^- \to (e^+)(e^-)\mu^+\mu^-$
	: $e^+e^- \to (e^+)(e^-)e^+e^-$
	: $e^+e^- \to (e^+)(e^-)\tau^+\tau^-$
	: $e^+e^- \to (e^+)(e^-)q^+q^-$
	: $e^+e^- \to (e^+)(e^-)$ ハドロン
ビームガス反応	
宇宙線	

これらの反応の反応断面積は表 3.2 のようになっている。

今回の解析において用いた「荷電飛跡」と「光子 (カロリーメーターで観測されるもの)」の条件として、

- ⋆ 荷電粒子
  - · 荷電飛跡を衝突点へのばしたとき、ビーム軸と荷電飛跡の作る $x-y$ 平面上での距離 dr が $\pm 1.0cm$ の範囲にあり ($|dr| < 1.0cm$)、かつ、z 軸方向への距離 dz が $\pm 5cm$ の範囲内にあること ($|ds| < 5.0cm$)。
  - · 横方向の運動量 P_t が $0.1GeV$ 以上であること。($|\mathbf{P_t}| \geq \mathbf{0.1GeV}$)
- ⋆ カロリーメーターで観測された光子
  - · カロリーメーターで観測されたクラスターが荷電粒子からのものでないこと。(カロリーメーターのクラスターが CDC で検出された飛跡の外挿と一致するかしないかで判断)
  - · 光子のエネルギーが $50MeV$ 以上であること。

を要求している。

3.2.1 τ-pair 事象選別 1 (tau skim)

まず、τ-pair 事象を選ぶ第一段階として非常に緩い条件で $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ らしい事象を選別した。ここで、要求した条件は以下の通りである。

1. 荷電飛跡の本数が $2 \sim 8$ であること。$(2 \leq N_{track} \leq 8)$
2. 運動量の絶対値の和 $\sum|P|$ が 9.0GeV 以下で、カロリーメーターで観測された重心系におけるクラスターのエネルギーの和 $\sum|E|$ が 9.0GeV 以下であること。$(\sum|P| \leq 9.0GeV/c\ ,\ \sum|E| \leq 9.0GeV)$
   これは、クリーンな Bhabha 散乱やミュー粒子対生成事象を除くための条件である。
3. 少なくとも 1 本の荷電飛跡の横方向の運動量 P_t が 0.5GeV 以上であること。$(P_t \geq 0.5GeV)$
   これは、その事象に対して、トリガーが確実にかかっていることを保証するための条件である。

以上のような条件を課しても、

- radiative Bhabha 散乱 $(e^+e^- \to e^+e^-\gamma\ \ ,\ \ e^+e^- \to e^+e^-\gamma\gamma)$ [2]
- ハドロン事象 $(e^+e^- \to q\bar{q})$
- 2 光子生成反応 $(e^+e^- \to (e^+)(e^-)\mu^+\mu^-$ 等)

がバックグラウンドとして残っているので、これらを除く必要がある。次の小節 3.2.2 では、これらのバックグラウンドの除去を行う。

3.2.2 τ-pair 事象選別 2

前節で課した条件に加え、さらに以下のような条件を要求して、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象を選ぶ。小節 3.2.1 では除去しきれなかったバックグラウンドを除く条件もここで要求する。

ここで、図 3.7 のように、事象を e^+e^- の重心系で 2 つの半球に分けた。この際、荷電飛跡の中で「他の荷電飛跡と 90° 以上離れており、その中で、最も運動量の高いもの」を「事象軸」と定義し、「事象軸に垂直な面」で事象を 2 つの半球に分けた。これを用いて、事象選別を進める。

(1) τ-pair 事象の選別条件

(a) 荷電飛跡の本数が $2 \sim 4$ 本であること $(2 \leq N_{track} \leq 4)$。

[2] これらの事象において 1 つあるいは 2 つの光子が検出できなかった場合

(b) 荷電飛跡から再構成された事象生成点 (event vertex) が x-y 平面でのビーム軸からの距離が 2.5cm より小さく ($|V_Z| < 2.5cm$) 、x-y 平面での z の位置が 0.5cm より小さい ($|V_r| < 0.5cm$) こと。
この条件でビームガスによるバックグラウンドや宇宙線の事象をほとんど除くことができる。

(c) 事象軸の方向が、e^+e^- の重心系で 35 度 ~145 度であること。($35^\circ < \theta^*_{event} < 145^\circ$)

(2) バックグラウンドを除去するための条件

(a) Bhabha 散乱 ·2 光子生成反応の除去

i. Missing Mass(MM と書くこととする。) と Missing Angle ($\theta^*_{missing}$) の 2 次元 plot に対する条件
MM は、

$$MM^2 = (p^{beam}_{initial} - \sum p^{tracks}_{final} - p^{\gamma}_{final})^2 \tag{3.1}$$

で与えられる。
ここで、$p^{beam}_{initial}$ は e^+e^- 系におけるビームの 4 元運動量、$\sum p^{tracks}_{final}$ は終状態で観測された荷電飛跡の 4 元運動量、p^{γ}_{final} は同じく光子の 4 元運動量である (図 3.2 を参照)。MM と $\theta^*_{missing}$ の 2 次元 plot を図 3.3 に示す。図 3.3-(3) より、radiative Bhabha 事象やミュー粒子対生成事象は、MM がゼロの辺りに集中し、また、図 3.3-(4) より、2 光子生成反応は MM の比較的高い領域に集中して分布することがわかる。これらのモンテカルロによる分布とデータの分布を比較することで、図の赤の八角形の中にあることを要求した。

ii. 荷電飛跡がカロリーメーターの barrel 部分と endcap 部分の境界に向いていないことに対する条件
図 3.3-(3) で $\theta^*_{missing}$ が 45 度付近と 145 度付近は、Bhabha 散乱において、電子がカロリーメーターの barrel 部分と endcap 部分の境界に向かっているような事象である。また、カロリーメーターの境界部分ではエネルギーを正しく測定できない。このことから、この条件を課した。

iii. アコプナリティ角 ϕ_{acop} が 1 度より大きいこと ($\phi_{acop} > 1^\circ$)
アコプナリティ角は x-y 平面において、最も運動量の大きい荷電飛跡と 2 番目に高い運動量を持つ荷電飛跡とがなす角であり、$\phi = 180^\circ - \phi_{open}$ と表せる (図 3.4)。ϕ_{acop} が 1 度付近では Bhabha 散乱やミュー粒子対生成反応といった back-to-back 反応が起きていることが多い。

(b) ハドロン生成反応 ($e^+e^- \to q\bar{q}$) の除去
ハドロン事象は、荷電粒子や光子の数が多いという特徴がある。そこで、一つの半球内にある粒子の数を荷電飛跡の数と光子の数の和とし、$n_{part} = n_{track} + n_{\gamma}$

で表す。また、それぞれの半球中について粒子の数を $(n_{part})_{one}, (n_{part})_{other}$ で表し、その積を $X_{part} \equiv (n_{part})_{one} \times (n_{part})_{other}$ と定義して、これが 25 以下であることを要求した 。

(3) トリガー (trigger) 条件
Belle 実験ではビーム衝突反応と他の反応を区別するため、様々な physics trigger が用いられている。本解析では、以下のいずれかの trigger を満たしていることを要求した。

(a) フル荷電飛跡 (CDC を通過しきっている荷電飛跡) が 2 本以上あり、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135 ° 以下で、かつ TOF が 2ヶ所以上でなっていること。さらに、トリガーレベルで Bhabha 散乱であると認識されていないこと。

(b) 電磁カロリーメーターで測定されたエネルギーが $1GeV$ 以上であり、かつトリガーレベルで Bhabha 散乱や宇宙線であると認識されていないこと。

(c) 電磁カロリーメーターで測定されたエネルギーが $0.5GeV$ 以上であり、ショート荷電飛跡が 2 本以上、フル荷電飛跡が 1 本以上、その荷電飛跡がなす角度 θ が 135 ° であること。さらに、トリガーレベルで Bhabha 散乱であると認識されていないこと。

(4) 事象全電荷 $\Delta Q = 0$ であることを要求

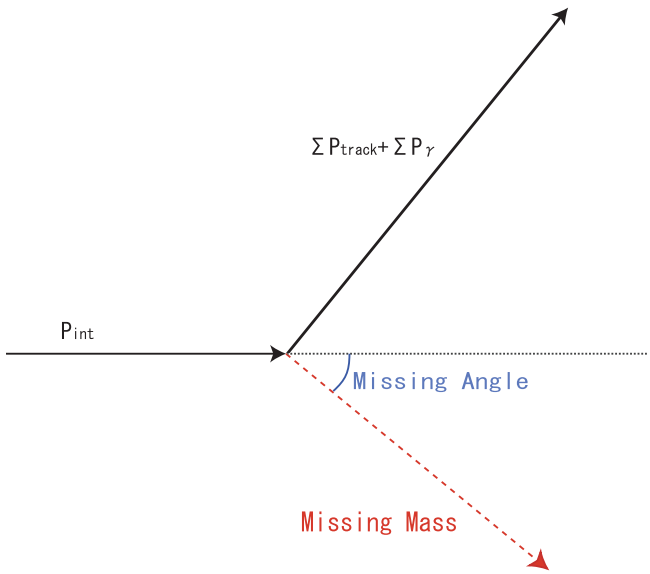

図 3.2: Missing Mass

以上の条件で、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象を 1,370,812event 観測した。
事象例として、$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象の中で最も事象数の多い 2-prong 過程 (それぞれの τ

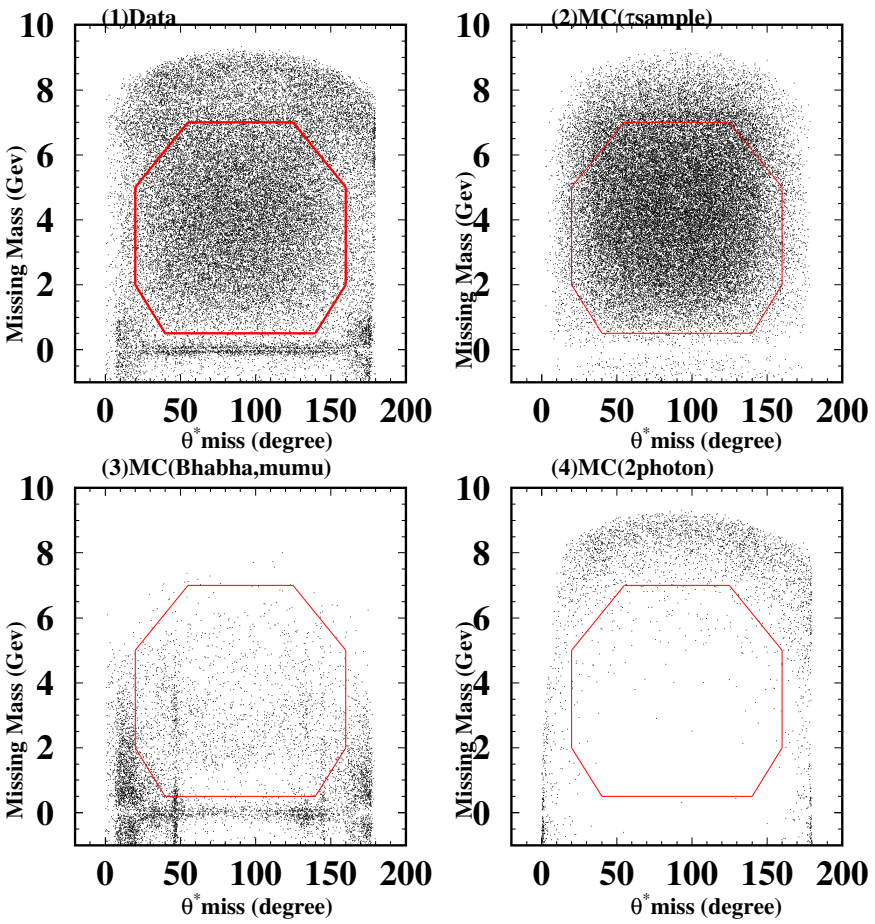

図 3.3: Missing Mass と Missing Angle の 2 次元 plot。(1) はデータを、(2)(3)(4) はモンテカルロシュミレーションによる分布で、順に τ-pair sample、radiative Bhabha 散乱からのバックグラウンド、2 光子生成反応からのバックグラウンドをそれぞれ示す。ここで、赤の多角形の枠内に入ったものを τ-pair 事象と見なしている。

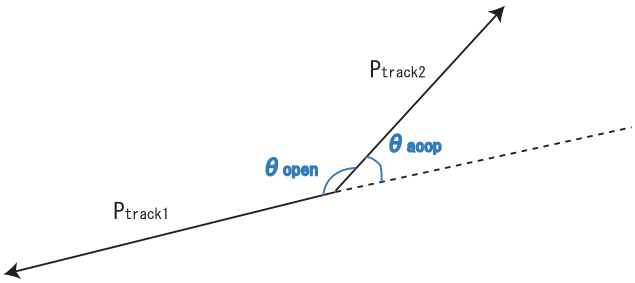

図 3.4: アコプナリティ角

粒子が 1 本の荷電粒子を含む崩壊をしたとき、つまり、事象全体で荷電粒子が 2 本となるような事象) を図 3.5, 3.6 に示す。Belle 検出器において、τ-pair 事象はこのように見える。

このようにして選別した τ-pair 事象から、次の 3.3 節では本解析で用いた $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 事象を選んでいく。

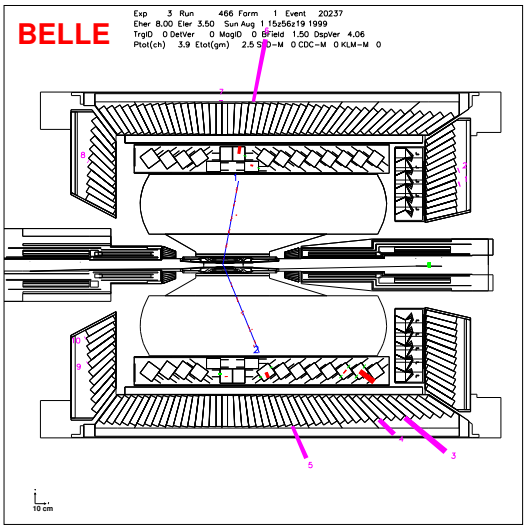

図 3.5: τ-pair 事象の例 (x-z 平面)。この事象では τ^- が $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊 (signal) をし、τ^+ が $\tau^+ \to e^+\bar{\nu}_e\nu_\tau$ 崩壊をしている。

3.3 $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象選別

この節では、前節で選別した $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 事象の中から $\tau^- \to \pi^-\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別する。この手順は、事象選別の流れ図 3.1 においては、「$\tau \to \pi\pi\nu$ 解析プログラム」に対応する。

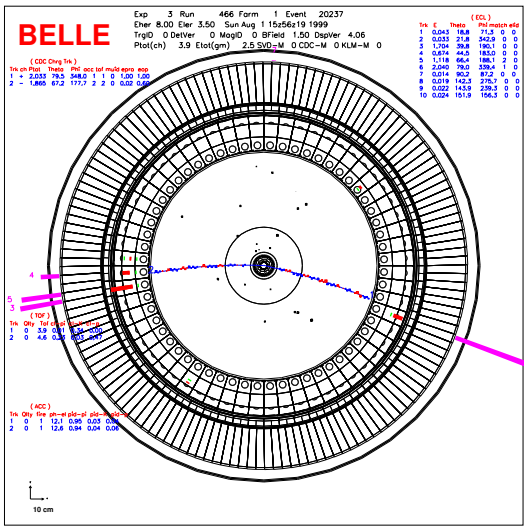

図 3.6: τ-pair 事象の例 (x-y 平面)。図 3.5 と同じ事象を x-y 平面で見た図。ビームは円の中心に紙面垂直に通っている。

3.3.1　π^0 の再構成

π^0 粒子は、ほぼ 100%の確率で光子 2 つに崩壊する ($\pi^0 \to \gamma\gamma$)。よって、2 つの光子を組み合わせることで、π^0 を再構成を行う。
π^0 を再構成するために用いる光子について、検出器で正しく測定されていることを保証する為に、以下の条件を課した。

- 光子のエネルギー補正
- $E_\gamma \geq 80.0MeV$
- $24^\circ \leq \theta_\gamma \leq 138^\circ$
- カロリーメーターで観測された shower が光子らしいもの ($E9/E25 \geq 0.75$ [3]、また、そのクラスターが CDC からの外挿と一致していないこと。)
- カロリーメーターのバレルとエンドキャップの境界で観測された光子の除去

[3]カロリーメーターのクラスターにおいて shower のピーク辺りの 、E9 はクリスタル 9 本の、E25 は 25 本のエネルギーの和。E9/E25 はこの 2 つの数の比であり、この数から shower の広がりがわかる。一般にハドロンが作る shower は広がりが大きい事が知られている。

さらに、これらの条件を満たした 2 つの光子の不変質量と π^0 の質量の差を、2 つの光子の不変質量の分解能で割ったものを、

$$S_{\gamma\gamma} \equiv \frac{(m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})}{\sigma_{\gamma\gamma}} \tag{3.2}$$

と定義し、 $S_{\gamma\gamma}$ が-9 から 9 の範囲に入っていることを要求した。

3.3.2 $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の選別

$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊を選別するために、以下のことを行った。

(1) $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊条件を要求する。

(2) 本解析で目的としている $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊以外の τ 崩壊から来るバックグラウンド (feed across B.G.) の除去。

(3) 前小節で得た π^0 候補からのサイドバンドの除去

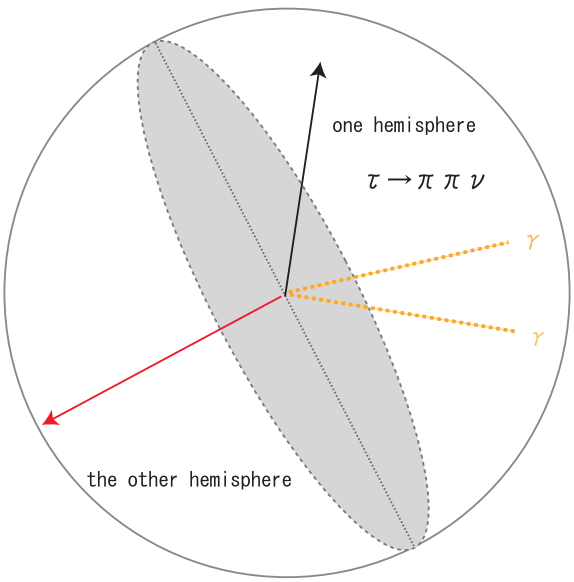

図 3.7: 事象の半球図

(1) の $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の条件として、

- 半球中に、荷電飛跡が 1 本、π^0 粒子が 1 つある。

という条件を要求した。$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊事象はこの条件により基本的に選別できる。
また、(2)feed across バックグラウンドを除く条件としては、

- π^0 から崩壊した 2 つの光子以外に、そのエネルギー (E_γ^{max}) が 200MeV 以上のものがあればその事象を除く (E_γ^{max} <200MeV)。
  これにより、$\tau \to \pi^\pm\pi^0\pi^0$ といった (multi-π^0 mode [4]) を除去することができる。

- $P_{\pi^0}/E^*_{beam} > 0.04$

を要求した。

(3) の π^0 候補からのサイドバンドの除去としては、シグナル領域、サイドバンド領域を図 3.8 にあるように、

シグナル領域　$-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$　(図 3.8 中の黄色の矢印)

サイドバンド領域 (左)　$-9 < S_{\gamma\gamma} < -7$　(図 3.8 中の水色の矢印)

サイドバンド領域 (右)　$7 < S_{\gamma\gamma} < 9$　(図 3.8 中の水色の矢印)

として、二つの光子の組合わせを誤ったり、π^0 からではない光子を用いた事によるの寄与と考えられる' サイドバンド ' を引くこととする。
方法としては、$S_{\gamma\gamma}$ 全領域において、この寄与は一様な分布をすると仮定し、シグナル領域に含まれるこの寄与 ($BG_{signal-region}$) をサイドバンド領域を用いて

$$BG_{signal-regin} = (N^{left}_{side-band} + N^{right}_{side-band}) \times \frac{11}{4}$$

と見積もりシグナル領域に入った全事象数 ($N^{total}_{signal-region}$) から引いた。

$$N_{signal} = N^{total}_{signal-region} - BG_{signal-region}$$

ここで、$N^{left}_{side-band}$ と $N^{right}_{side-band}$ はサイドバンド領域の左と右に入ったそれぞれの事象を、N_{signal} はシグナル領域に入った事象の中での、本物と思われる事象を示している。また、シグナル領域が 11σ に対して、サイドバンド領域が左と右と合わせて 4σ なので、規格化定数として $BG_{signal-regin}$ を見積もる際、($N^{low}_{side-band} + N^{high}_{side-band}$) に $11/4$ をかけた。

[4] 終状態に複数個の π^0 を含むような崩壊モード

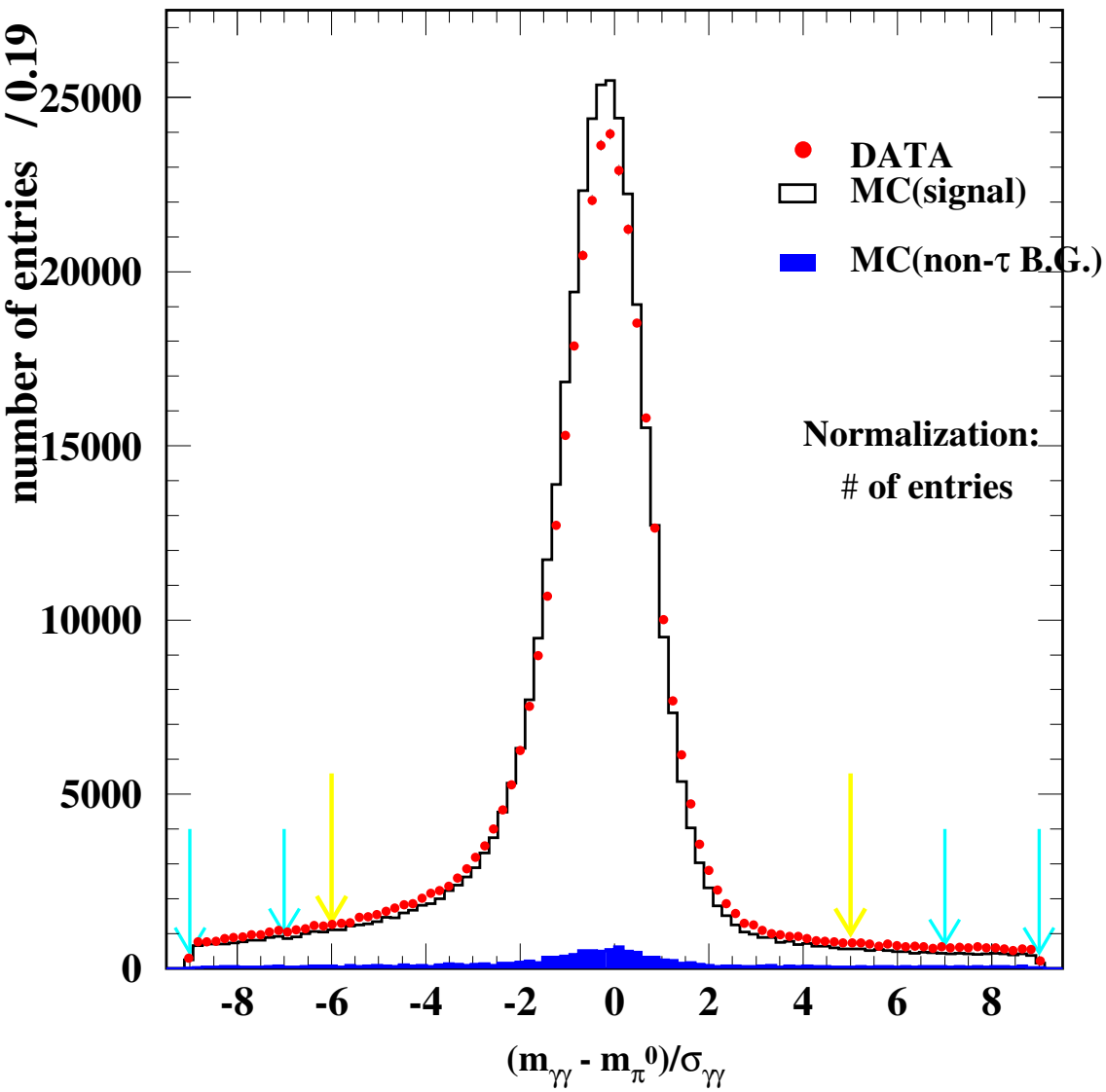

図 3.8: π^0 シグナル分布 ($S_{\gamma\gamma} = (m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})/\sigma_{\gamma\gamma}$). 赤の点はデータを、ヒストグラムは MC によるシグナルを、色 (青) のついたヒストグラムは τ 以外から来るバックグラウンドをそれぞれ示す。黄色の矢印はシグナルの範囲 $-6 < S_{\gamma\gamma} < 5$ を、水色の矢印はサイドバンドの範囲 $-9 < S_{\gamma\gamma} < -7$, $7 < S_{\gamma\gamma} < 9$ を表している。(また、この π^0 の事象には $\pi^0 1-C$ fit が要求されている。)

3.3.3　$\pi^-\pi^0$ の不変質量分布 ($M^2_{\pi^\pm\pi^0}$)

前小節 3.3.2 のように選んだ $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 事象での、exp09 ~ exp19 の $\pi^-\pi^0$ の不変質量分布を図 3.10 に示す[5]。

ここで、通常モンテカルロを発生させる際の値としては、PDG(particle Data Group) の値を使用するが、本解析は τ のデータを扱っているので、ρ 中間子の質量、m_ρ の値としては、τ と e^+e^- 実験の場合の $m_\rho = 776MeV$ を用いた。

図 3.10 は、実験番号 9、11、13、15、17、19 の $\pi^-\pi^0$ 不変質量の 2 乗分布の図である。各実験番号の $\pi^-\pi^0$ 不変質量の 2 乗分布に安定性があるかどうかは、実験番号 9、11、13、15、17 のデータを統計量の多い実験番号 19 のデータで割ることで、形を比較してみた。その図は図 3.9 である。この図を見てもわかるように、各実験番号の $M^2_{\pi^-\pi^0}$ 分布には安定性が確認されたので、図 3.10 の分布をたし合わせることにする。その結果が、図 3.11 である。
図 3.10 において、きれいな $\rho(770)$ 共鳴状態のピークを見ることができる。このことは、$\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊において、$\tau \to \rho\nu_\tau$ 崩壊が支配的であることを示している。
しかし、図 3.10 をよく見ると、質量の高い範囲でわずかながら肩が見られる。これは $\rho(770)$ 共鳴状態の励起状態である $\rho'(1400)$ 共鳴状態であり、$\tau^\pm \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊には、$\tau \to \rho'\nu_\tau$ 崩壊も含まれていることがわかる。

次の章では、ここで得た $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布から、「$(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布の unfolding」と、本解析の目的である「スペクトラル関数の測定」を行う。

[5] 2 章でふれたように本解析の目的であるスペクトラル関数の測定においては、その式の中に $(\pi^-\pi^0)^2$ の不変質量があることから $\pi^-\pi^0$ の不変質量分布を質量の 2 乗を横軸に取る形で示した。

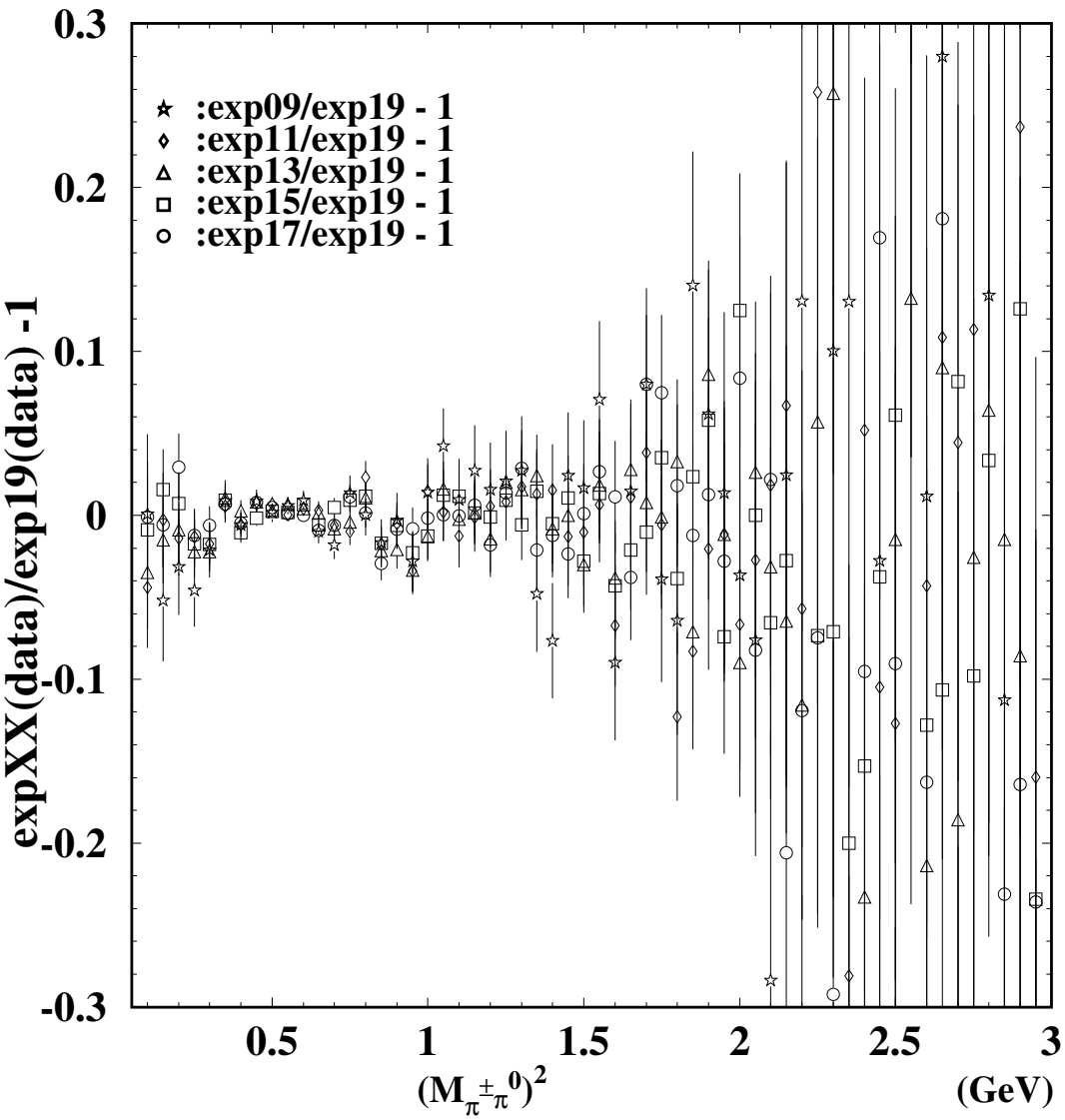

図 3.9: 各実験番号ごとの $\pi^-\pi^0$ 不変質量の 2 乗分布の形の比較。実験番号 9、11、13、15、17 のデータを実験番号 19 のデータで割っている。

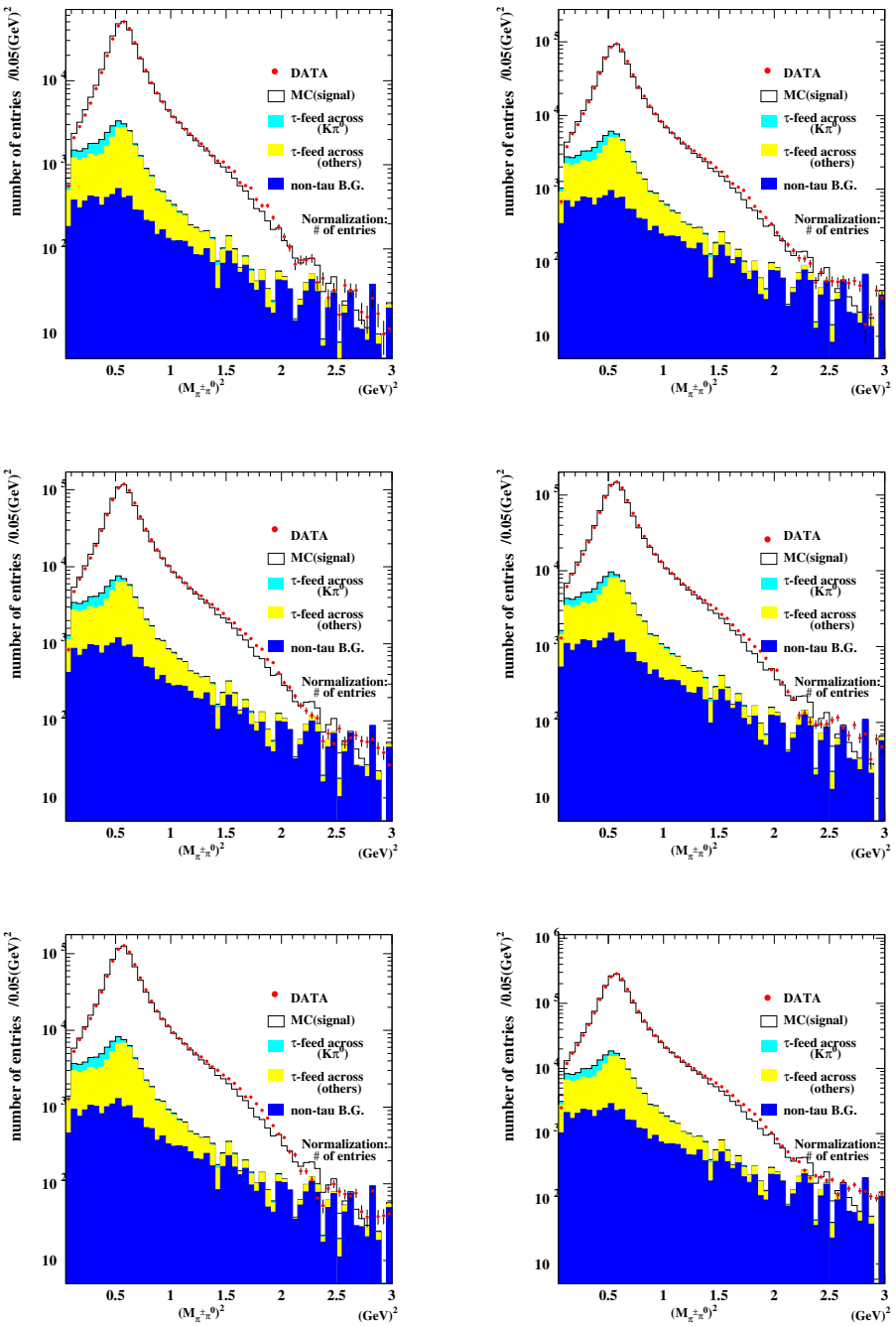

図 3.10: $\pi^-\pi^0$ 不変質量の 2 乗分布 $((M_{\pi\pi^0})^2)$。　縦軸に対しては、log スケールを採用している。赤の点がデータ、ヒストグラムがモンテカルロによる τ からの崩壊サンプルを示す。水色のヒストグラムは $\tau \to K\pi\nu$ による feed accross バックグラウンドを、黄色のヒストグラムはそれ以外の feed accross バックグラウンドを、青ヒストグラムは $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ 以外からのバックグラウンドをそれぞれ示す。

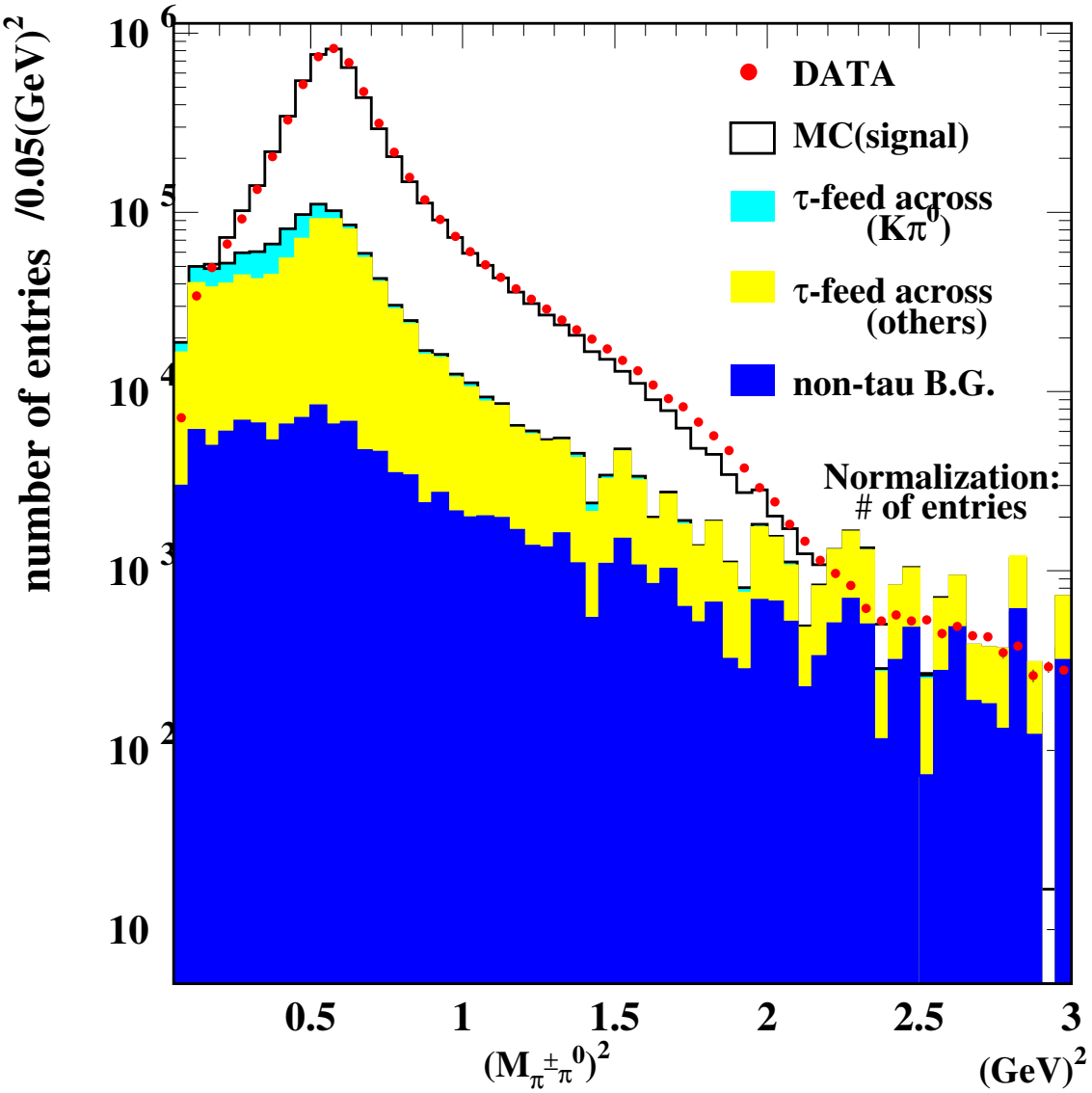

図 3.11: 実験番号 9 から 19 までの $\pi^-\pi^0$ 不変質量の 2 乗分布をたし合わせたもの。点やヒストグラムの意味は図 3.10 と同じである。

第4章　$\pi^-\pi^0$スペクトラル関数の測定

この章では、3 章で得た $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊からの、$(M_{\pi^\pm\pi^0})^2$ 分布を unfolding し、そこから本解析の目的であるスペクトラル関数の測定を行う。

4.1　unfolding

一般に、観測された不変質量には、その検出器のアクセプタンスや分解能からの寄与がある。このため、検出器から得た質量分布は実際の分布 (真の分布) と同じではなく、いくぶん歪められている。よって、真の分布を得るには、これらの歪みを考慮する必要がある。このとき、「観測された分布」から、統計的に意味を持つデータのみを用いて、検出器に入る前の「真の分布」を求めることを、「unfolding」という。

unfolding で真の質量分布を求めることは、高エネルギー実験にとって非常に重要なことであるにも関わらず、unfolding することはとても難しく、様々な研究が行われている。現在確立されている unfolding の方法としては、$CERN$ で行われていた $ALEPH$ 実験で開発され発展した'Singular Value Decomposition' 法 [6] や、$DESY$ 実験で発展した'Bayes theorem' 法 [7] などがある。

本解析に用いたのは、'Singular Value Decomposition(SVD)' 法である。
以下、unfolding と SVD unfolding 法について詳しく述べる。

まず、真の分布、検出器の responce matrix、観測によって得られた分布を、それぞれ

$$\begin{cases} \text{真の分布} & : \boldsymbol{X}_j(X = x_1, \cdots, x_n) \\ \text{検出器の responce matrix} & : \hat{\boldsymbol{A}}_{ij}(\hat{\boldsymbol{A}} = \hat{\boldsymbol{A}}_{11}, \cdots, \hat{\boldsymbol{A}}_{mn}) \\ \text{観測された分布} & : \boldsymbol{b}_i(b = b_1, \cdots, b_m) \end{cases}$$

とおく[1]。これらを使って 3 つの関係を表すと、

[1]検出器の responce matrix は、「真の分布では、Bin,j であった事象が、観測された分布では Bin,i で再構成される確率」で与えられる。本解析において、検出器の responce matrix は、モンテカルロシミュレーションを用いて得たが、これについては 4.2.1 節で詳しく述べる。

$$\sum_j \hat{\boldsymbol{A}}_{ij} x_j = \boldsymbol{b}_i \tag{4.1}$$

のようになる。数学的にこの解を求めると、

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b} \tag{4.2}$$

となる。responce matrix $\boldsymbol{A}$ が、もし、対角要素のみならば、「真の分布での Bin,j = 再構成したときの Bin,i」となり、問題はない。しかし、実際には非対角要素があり、これがあるときは、統計的なふらつきが拡大されて見える。これにより、式 4.1 のように、responce matrix の逆行列を作用させても、正しい分布が得られない。
そこで、SVD unfolding では、以下のようにして統計的に意味を持たない部分を除いている。

まず、responce matrix $\boldsymbol{A}$ を

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} &= \boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^T \\ &= \boldsymbol{U} \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_n \end{pmatrix} \boldsymbol{V}^T \end{aligned} \tag{4.3}$$

ここで、$\boldsymbol{U}$ と $\boldsymbol{V}$ は直行行列[2]、$\boldsymbol{S}$ は対角行列[3]であり、

$$s_i \geq s_{i+1} \tag{4.4}$$

となっている。この順に並べることが重要であり、これは後から統計的に意味のない所を除くために使う。式 4.3 を使い、式 4.1 を表すと、

$$\boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{X} = \boldsymbol{b} \tag{4.5}$$

となる。これを変形して、

$$\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^T\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}^T\boldsymbol{b} \tag{4.6}$$

ここで、$\boldsymbol{X}$ と $\boldsymbol{b}$ を回転させた系で考えることにする。

$$\begin{cases} \text{真の分布 } \boldsymbol{X} \text{ を回転させた系} & \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{V}^T\boldsymbol{X} \\ \text{観測された分布 } \boldsymbol{b} \text{ を回転させた系} & \boldsymbol{d} = \boldsymbol{U}^T\boldsymbol{b} \end{cases}$$

[2] $\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^T = \boldsymbol{U}^T\boldsymbol{U} = \boldsymbol{I}$
[3] $s_{ij} = 0\ (for\ i \neq j), s_{ii} \equiv s_i \geq 0$. ここで、$s_i$ は Matrix$\boldsymbol{A}$ の singular value と呼ばれる。

上の回転させた系を用いると、

$$\boldsymbol{SZ} = \boldsymbol{d} \tag{4.7}$$

となる。真の分布を回転させた系である、$\boldsymbol{Z}$ を求めると、解は以下のようになる。

$$\boldsymbol{Z}_i = \frac{\boldsymbol{d}_i}{\boldsymbol{S}_i} \tag{4.8}$$

しかし、このままでは前にも述べたように $\boldsymbol{S}_i$ が小さいとき、統計誤差が拡大されてしまう。
この解において、統計的に意味を持たないのは、「$\boldsymbol{d}_i$ = 統計誤差」となるようなところである。この場合のデータを除くために'cut off parameter τ' を導入し、式 4.8 を

$$\boldsymbol{z}_i = \frac{\boldsymbol{d}_i s_i}{\boldsymbol{s}_i^2 + \tau} \tag{4.9}$$

と定義し直す。ここで、

$$\tau = \boldsymbol{S}_k^2 \tag{4.10}$$

であり、k は「データとして意味のあるところと、統計的に意味のないところを区別するための値」であり、「responce matrix $\boldsymbol{A}$ の rank」と呼ばれている。
つまり、これを使うと、

$$\begin{cases} \tau < \boldsymbol{S}_i & \cdots \text{意味のあるデータとして unfolding に用いる} \\ \boldsymbol{S}_i^2 \tau & \cdots \boldsymbol{Z}_i = 0 \text{ となり、統計的に意味のないデータとして無視する} \end{cases}$$

といったように、データを区別することができる。
cut off parameter$'\tau'$ については、$'\tau'$ は $\boldsymbol{d}$ の i 番目の項において、d_i がそれ自身の統計誤差、σ_{d_i} と等しくなるところ、

$$\frac{\boldsymbol{d}_i}{\sigma_{d_i}} = 1 \tag{4.11}$$

と決定する。

unfolding において、

$$\begin{cases} \text{cut off parameter が小さすぎる時} & \cdots \text{求めた分布 } \boldsymbol{X} \text{ は意味のない分布になる} \\ \text{cut off parameter が大きすぎる時} & \cdots \text{求めた分布 } \boldsymbol{X} \text{ は物理的に重要な情報を欠いた分布になる} \end{cases}$$

となってしまうので、cut off parameter の決定は非常に重要である。

以上のようにして、統計的に意味のないところを除き、意味のあるデータのみを用いて、観測された分布から真の分布 $\boldsymbol{X}$ を求める方法が「Singular Value Decomposition (SVD) unfolding」法である。

実際の SVD unfolding では、単に k で有意義なデータとそうでない物を分け、統計的に意味を持たないと判断されたデータを一切使用しないのではなく、「意味がないと判断された範囲のデータについては、データの重み (weight) を減らす」という形で、なめらかにカットを入れている。
また、bin 間の振動を避けるために、「物理量を扱う上では、隣り合う bin どうしでは大きな変化はない」という条件をいれており、この方法は、「smoothing」と呼ばれている。

4.2 データを用いた $\pi\pi^0$ の不変質量分布 $((M_{\pi\pi^0})^2)$ の unfolding

4.2.1 unfolding に使用したデータ

unfolding を行うためには、

(1) モンテカルロから求めた response matrix

(2) データでの $\pi\pi^0$ の質量の 2 乗分布

が必要である。

(1) まず、モンテカルロを用いて response matrix を求める
response matrix は、「検出器の分解能などで歪められる前の分布では Bin=j であったものが、Bin=i で観測される確率」で表せる。この情報を、本解析ではモンテカルロシュミレーション検出器のシュミレーションと実データに用いる解析プログラムに通すことで得た。つまり、$\boldsymbol{A}_{ij}$ はモンテカルロが generate されたときの分布と検出器のシュミレーションと解析プログラムの再構成の結果得た分布との比較により得た関係と言い換えることができる。

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_{ij} = \frac{\boldsymbol{A}_{ij}}{\boldsymbol{X}_j^{init}} \tag{4.12}$$

もし、影響するものが全くないならば、Bin=j にあったものは、Bin=j(i=j) で必ず観測されるはずである。しかし、現実には、観測される分布は必ず何らかの影響を受ける。ここで、影響を与えるものは以下の 2 つに分けられる。

- $\tau - pair$ 事象や、$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別する際に落ちてしまった事象など、その事象があったにも関わらず検出できなかった事象による寄与 (検出効率)

- 検出器で検出され、かつ $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 事象を選別をしても残っていた事象が、検出器の resolution 等の影響で、もともとの Bin とは違った Bin で検出された事からくる寄与 (検出器の分解能)

一つ目の「事象を検出できなかったことによる寄与」は、3 章ですでに述べた。
次の「もともとの Bin とは違った Bin で検出された事による寄与」については、response と呼ばれている。これは検出器において、「Bin=j で作られ (generate) た event が、Bin=i で観測される」という関係を表したもので、これを response matrix と呼ぶ。$(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布についてこの関係を図 4.1 に示した。
この、図 4.1 は、縦軸が generate された時の $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布、横軸が観測されたときの分布である。ほとんどの事象は、「generate された Bin j $=$ 観測された Bin i」を示す一直線上に分布しているが、少しずれたところにも事象があり、「真の分布における Bin(generate された Bin) j $\neq$ 観測された Bin(再構成された Bin) i」となるような相関関係があることがわかる。また、この図において、事象が多いところについては精度良く決まっているものとして大きな weight をあて、事象が少ないところについては weight を小さくして unfolding が行われた。

次に、全体のアクセプタンスを考える。アクセプタンスは、

$$\eta_j = \sum_i \frac{\boldsymbol{A}_{ij}}{\boldsymbol{X}_j^{init}} \tag{4.13}$$

で表される。これを質量の範囲ごとに見ると、図 4.2 のようになる。
検出器の分解能を $0.005 \sim 0.03 GeV^2$ と決定したため、本解析の Bin 幅は $0.05 GeV^2$ と選んだ。

(2) 次に、データにおける $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布について。
データにおける $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布を図 4.3 に示した。$(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布については、図 3.10 でも示したが、図 4.3 では unfolding するため Bin の幅が response matrix を決めたときと同様の $0.05(GeV)^2$ を用いている。unfolding に用いるデータとしては、図 4.3 のデータの値から、モンテカルロで見積もったバックグラウンド $(non-\tau$ バックグラウンドと feed accross バックグラウンドを足したもの) を引いた分布を用いている。

$$N_{signal} = N_{total} - N_{B.G.} \tag{4.14}$$

ここで、このデータに対する統計誤差は、

$$\sigma_{signal} = \sigma_{total} \tag{4.15}$$

とした。
これらを用いて、unfolding を行う。

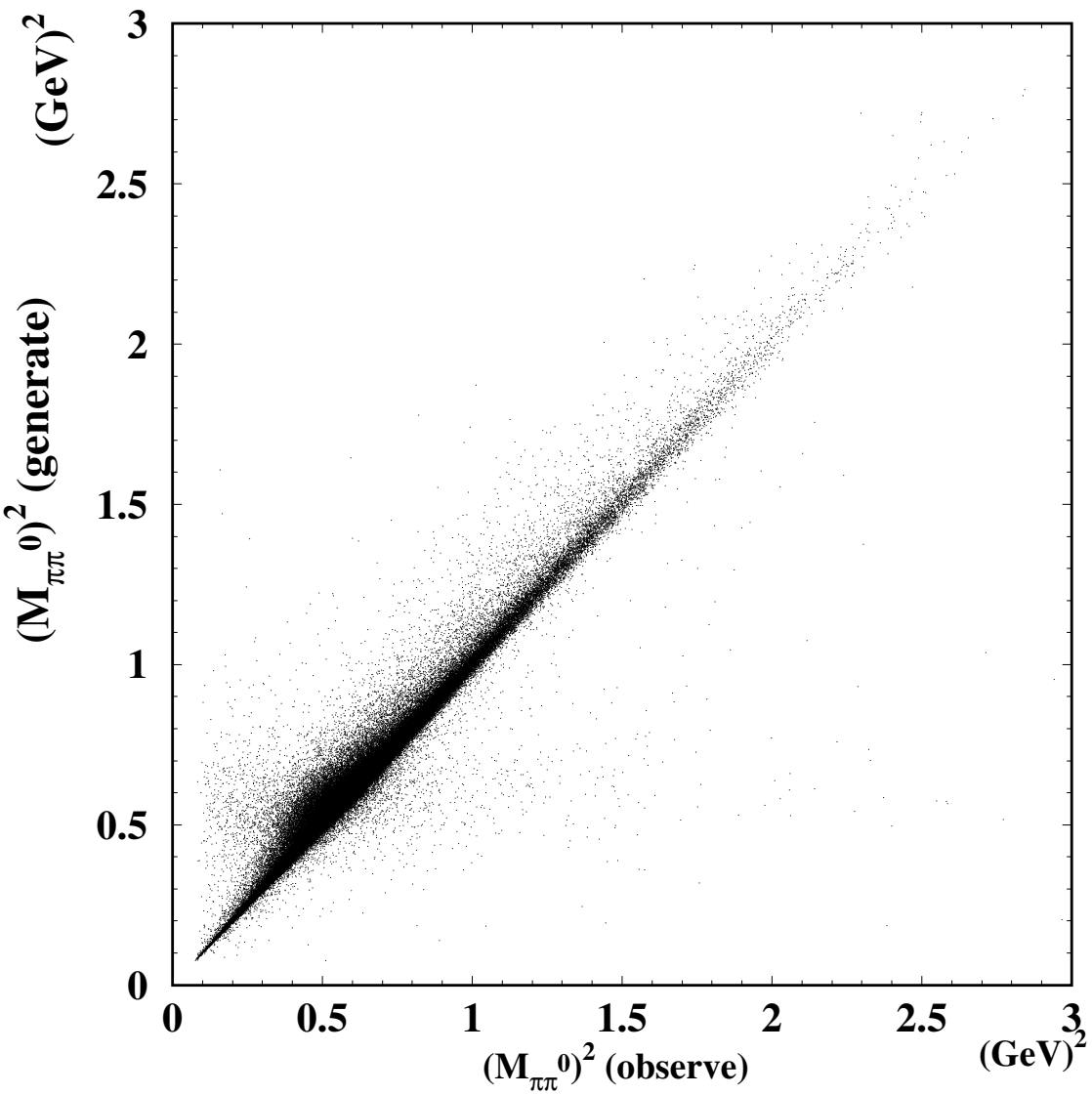

図 4.1: $(M_{\pi\pi^0})^2|_{generate}$ $.VS.$ $(M_{\pi\pi^0})^2|_{observed}$ plot. $\tau \to \pi\pi^0\nu$ 崩壊のモンテカルロを使い、縦軸に generate された時の $\pi\pi^0$ の質量の 2 乗分布を、横軸にはそれが観測されたときの分布をとり、これら 2 つの分布の相関関係を 2 次元 plot で表した図。

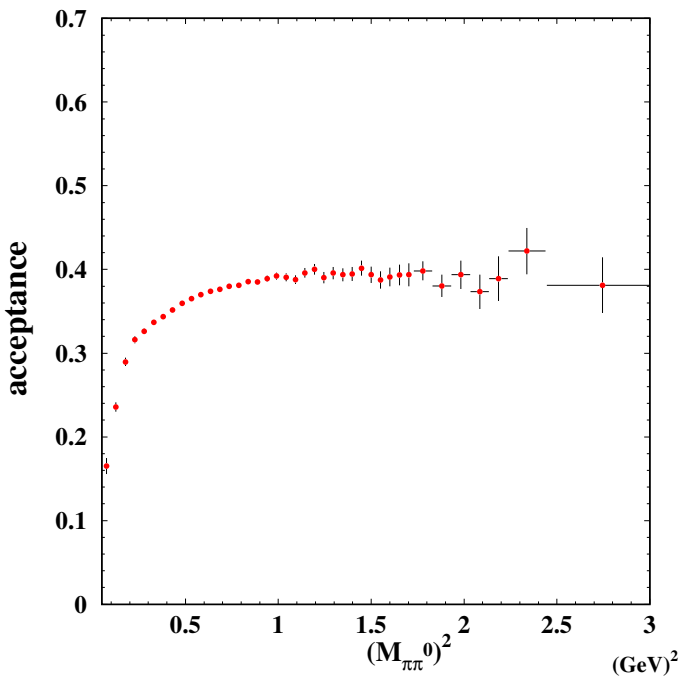

図 4.2: モンテカルロで見積もった $(M_{\pi\pi^0})^2$ の範囲ごとアクセプタンス。 縦軸にアクセプタンス (η_j) を、横軸には $(M_{\pi\pi^0})^2$ をとった図。

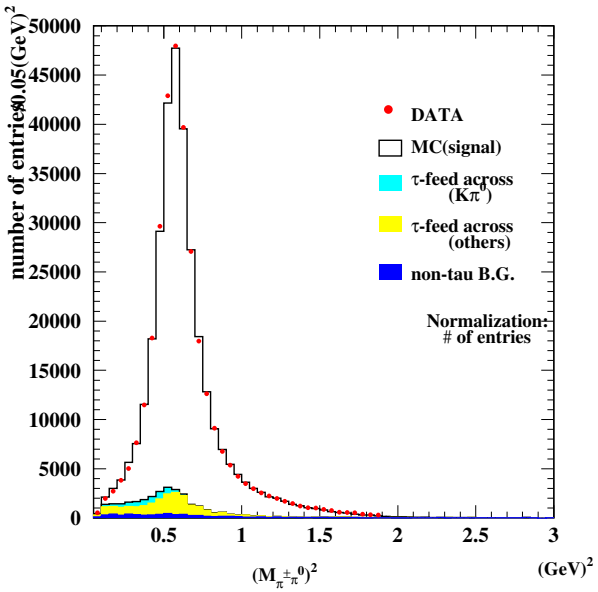

図 4.3: $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布 (Bin 幅は $0.05(GeV)^2$)。 図中の点やヒストグラムの意味は図 3.10 と同じである。

4.2.2 Breit-Wigner 関数

2 章でも述べたように、スペクトラル関数 $v_-(s)$ やパイオン構造因子 $|F_\pi|^2$ には、$\rho(770)$ 中間子や $\rho(770)$ の励起状態である $\rho(1450)$、$\rho(1700)$ 中間子 (それぞれ、$\rho^{'}$、$\rho^{''}$ と表示する) の質量分布の形が大きく寄与する。
$\rho(770)$ 中間子の不変質量分布を表すものとして、「Breit-Wigner(BW)」による fit がある。その中の、*Kühn and Santamaria*(K&S) モデルと、*Gounaris and Sakurai*(G&S) モデルの 2 つのモデルについて述べる。

1. *Kühn and Santamaria* モデル (K&S モデル)
   K&S モデルは、その単純性に加え、*CLEO II* モンテカルロシミュレーションの τ 崩壊パッケージ *TAUOLA* を実行するのに便利である。
   パイオンの構造因子 $F_\pi(q^2)$ は、

$$F_\pi(q^2) = \frac{1}{1+\beta+\gamma+\cdots}(BW_\rho + \beta BW_{\rho'} + \gamma BW_{\rho''} + \cdots) \tag{4.16}$$

   と与えられる。ここで、

$$BW_\rho = \frac{M\rho^2}{(M_\rho^2 - q^2) - i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho(q^2)} \tag{4.17}$$

は、Breit-Wigner 関数を表す。(q は $M_{\pi\pi^0}$、M_ρ は ρ 中間子の質量、$\Gamma_{rho}(q^2)$ は ρ 中間子の崩壊幅の質量依存を表す。)

2. *Gounaris and Sakurai* モデル (G&S モデル)

G&S モデルは、$e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ 崩壊の断面積をパラメータ化するのに使われている。このモデルでの、パイオンの構造因子 $F_\pi(q^2)$ の形は、$K\&S$ モデルと同様に、式 4.16 で書き表せる。
Breit-Wigner 関数は以下の様になる。

$$BW_\rho^{GS} = \frac{M_\rho^2 + dM_\rho\Gamma_\rho}{(M_\rho^2 - q^2) + f(q^2) - i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho(q2)} \tag{4.18}$$

ここで、$\Gamma_\rho(q^2 = M_\rho^2)$ で、

$$f(q^2) = p_\pi^2(q^2)\left[h(q^2) - h(M_\rho^2)\right] - p_0^2(q^2 - M_\rho^2)\frac{dh}{dq^2}|_q^2 = M_\rho^2 \tag{4.19}$$

$$h(q^2) = \frac{\Gamma_\rho M_\rho^2}{p_0^3}\frac{2p_\pi(q^2)}{\pi\sqrt{M_\pi}}ln\frac{\sqrt{q^2 + 2p_\pi(q^2)}}{2M_\pi} \tag{4.20}$$

である。d は $F_\pi(0) = 1$ を満たすように選ばれ、

$$d = \frac{3M_\pi^2}{\pi p_0^2}ln\frac{M_\rho + 2p_0}{2M_\pi} + \frac{M_\rho}{2\pi p_0} \tag{4.21}$$

である。

パイオンの構造因子に対する $G\&S$ モデルと、$K\&S$ モデルは以下の点で似ている。

- どちらも $F_\pi(0) = 1$ で規格化できる。
- ρ のピーク付近で形が似ている。

しかし、M_ρ と Γ_ρ に同じ値を与えた時、$q^2 = M_\rho^2$ において、$G\&S$ モデルの F_π の値は $K\&S$ モデルのそれよりも、大きくなる。

$K\&S$ モデルと $G\&S$ モデルの両方で用いられるパラメータ β、γ は、それぞれ、$\rho^{'}$、$\rho^{''}$ と ρ の共鳴の相対的な大きさを意味し、一般に、虚数

$$\beta = |\beta|e^{i\phi}$$

$$\gamma = |\gamma|e^{i\phi}$$

である。

4.2.3 unfolding を行った $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布と Breit-Wigner による fit

unfoldingを行った結果、responce matrix の rank を 6 とし、これを cutoff 変数として用いて結果を得た。ただし、unfoldingに用いたのは以下の範囲に入ったデータのみである。

$$threshold \leq (M_{\pi\pi^0})^2 \leq 2.55(GeV)^2 \tag{4.22}$$

ここで、$threshold$は、$(M_{\pi\pi^0})^2$ がとり得る最小値であり、本解析に用いた $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊の場合 $\pi^\pm$ と π^0 の質量を合わせた値より $threshold = (M_{\pi^\pm} + M_{\pi^0})^2 = (0.140 + 0.135)^2 \backsimeq 0.076(GeV)^2$ となる。また、最大値は τ の質量となり $(M_{\pi\pi^0})^2_{max} = M_\tau^2 = (1.777)^2 \backsimeq 3.16(GeV)^2$ となるが、$(M_{\pi\pi^0})^2 \geq 2.55(GeV)^2$ の範囲のデータは統計量が少ない上にバックグラウンドも多いことから、この範囲のデータは使用しないこととした。

unfoldingを行って得た分布に対して、前節で記述した Breit-Wigner(G&S モデル) を用いて fit したものが図 4.4 である。上段左、実験番号 9、右、11、以降 13、15、17、19 となっている。この fit に用いたパラメータを表 4.1 に記す。
また、この fit で得られた結果と他の実験結果との比較を表 4.2 に示した。fitting に用いた $(M_{\pi\pi^0})^2$ の範囲は unfolding したときと同様に式 4.22 の範囲である。よって、本解析の fitting には $\rho(1700)$ 共鳴状態は考慮しないものとし、$\rho(1700)$ に対する定数である γ はゼロに固定した。

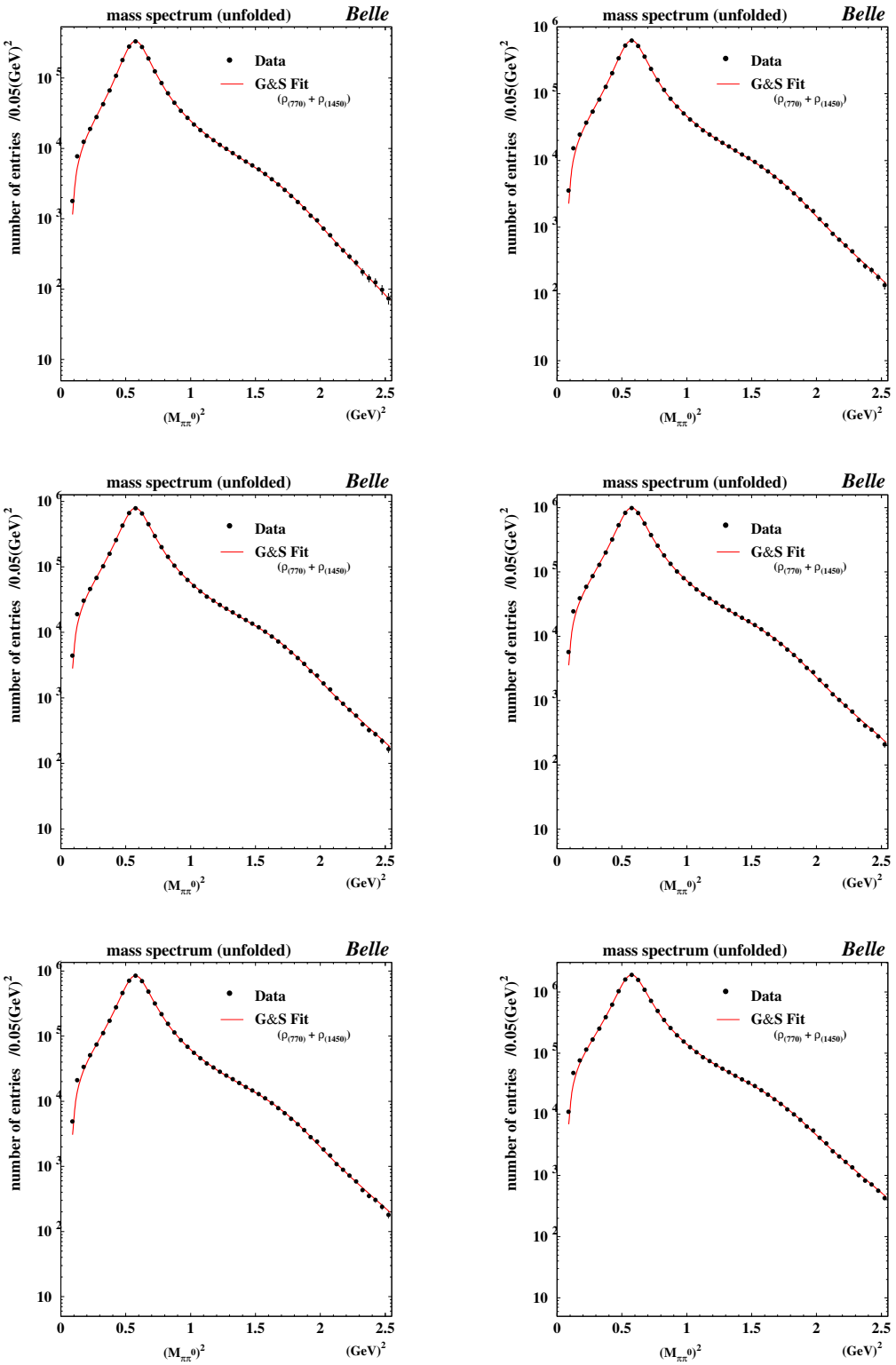

図 4.4: unfolding の結果得られた $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布を G&S モデルで fit した図。 データを点、$\rho(770) + \rho^{'}(1450)$ での fit を赤線で示している。

fit パラメータ	9	11	13
norm. factor	174270±2647.1	343420±3488	429610±3776.8
$M_\rho(MeV)$	773.8±0.366	774.3±0.264	774.2±0.231
$\Gamma_\rho(MeV)$	152.3±0.688	153.3±0.495	153.0±0.427
$M_{\rho'}(MeV)$	1395±21	1381±13	1379±11
$\Gamma_{\rho'}(MeV)$	441.5±39.7	392.3±24.8	375.5±21.4
$\|\beta\|$	0.2330±0.0137	0.0697±0.0052	0.0675±0.0045
$\phi(deg.)$	229.0±1.5	176.2±4.1	174.9±3.6
fit パラメータ	15	17	19
norm. factor	538960±4238.1	469050±3911	1051200±6152
$M_\rho(MeV)$	774.7±0.291	774.3±0.224	774.6±0.153
$\Gamma_\rho(MeV)$	153.9±0.398	154.1±0.451	154.5±0.290
$M_{\rho'}(MeV)$	1382±10	1380±11	1384±7.8
$\Gamma_{\rho'}(MeV)$	383.9±20.0	372.9±20.0	390.3±14.7
$\|\beta\|$	0.2165±0.0072	0.0655±0.0042	0.0673±0.0029
$\phi(deg.)$	230.1±0.7	174.8±3.4	175.4±2.4

表 4.1: Breit-Wigner(G&S モデル) の fit に用いたパラメータ

Fit Parameter	*this exp.*	*CLEO*	*ALEPH*	*ALEPH+CLEO*	e^+e^-
M_ρ (MeV)	775.1 ± 0.4	775.3 ± 0.5	776.4 ± 0.9	775.0 ± 0.6	773.3 ± 0.6
Γ_ρ (MeV)	153.0 ± 0.7	150.5 ± 1.1	150.5 ± 1.6	149.5 ± 1.1	145.2 ± 1.3
$M_{\rho'}$ (MeV)	1393 ± 17	1365 ± 7	1400 ± 15	1440 ± 34	1337 ± 35
$\Gamma_{\rho'}$ (MeV)	422 ± 29	356 ± 26	310 $(fixed)$	597 ± 102	569 ± 81
β	0.094 ± 0.010	0.084 ± 0.007	0.077 ± 0.008	0.195 ± 0.028	0.123 ± 0.011
ϕ (deg.)	178.0 ± 6.1	180(fix)	180(fix)	173.0 ± 7.0	139.4 ± 6.5
$\chi^2/d.o.f$	31.2 / 42	27.0 / 24	54 / 65		
Comment	ρ/ρ'	ρ/ρ'	$\rho/\rho'/\rho''$	$\rho/\rho'/\rho''$	$\rho/\rho'/\rho''/\omega$
Reference		[12]	[11]	[14]	[14]

表 4.2: fit で得た結果と、他の実験結果との比較

4.3 スペクトラル関数とパイオンの構造因子 分布

この節では、前節までで得た unfolding された $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布からスペクトラル関数分布とパイオンの構造因子分布を求める。

4.3.1 スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi}(s))$

スペクトラル関数は、2 章の式 2.13 のように表すことができた。ここにもう一度書く。

$$v^{\pi\pi}(q^2) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW}} \frac{1}{\left(1-\frac{q^2}{M_\tau^2}\right)^2\left(1+\frac{2q^2}{M_\tau^2}\right)} \frac{\mathcal{B}_{\pi\pi^0}}{\mathcal{B}_e} \frac{1}{N_{\pi\pi^0}} \frac{dN_{\pi\pi^0}}{dq^2} \tag{4.23}$$

ここで、 $dN_{\pi\pi^0}$ が unfolding された $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布であり、dq^2 が bin の幅 $(0.05(GeV)^2)$、$N_{\pi\pi^0}$ が unfolding された $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布におけるデータ数の総和である。また、S_{EW}、$|V_{ud}|$、$\mathcal{B}_e$ 、$\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$ については、用いた値を表 4.3 にまとめた。

	値	相対誤差の値	$a_\mu^{\pi\pi}$ の誤差 (10^{-10})	参照
S_{EW}	1.0233 ± 0.0006	0.06%	$\pm$ 0.32	[5],[4]
V_{ud}	0.9734 ± 0.0008	0.08%	$\pm$ 0.42	
B_e	(17.84 ± 0.06) %	0.34%	$\pm$ 1.82	
$B_{\pi\pi^0}$	(25.41 ± 0.11)%	0.43%	$\pm$ 2.30	[14]
(合計の 誤差)			$\pm$ 3.0	

表 4.3: スペクトラル関数の計算に用いた値

これらを用いて求めたスペクトラル関数分布を図 4.5 に示した。ここで、同じ図上に plot したのは、$CLEO$ 実験の値 [12] であり、ここでも、2 つの実験の結果はよく合っていることがわかる。

4.3.2 パイオンの構造因子 $(|F_\pi|^2)$

次に、パイオンの構造因子分布を求める。スペクトラル関数 $v^{\pi\pi}(q^2)$ はパイオンの構造因子 F_π と、

$$v^{\pi\pi}(q^2) = \frac{\beta^3(q^2)}{12}|F_\pi(q^2)|^2 \tag{4.24}$$

の関係がある。ここで、$\beta(q^2)$ は $\pi\pi$ 静止系でのパイオンの速度である。π^- と π^0 の質量の位相空間の差は、相関的な要素 $\beta_{\pi^-\pi^0}/\beta_{\pi^-\pi^+}$ によって与えられる。このようにして求

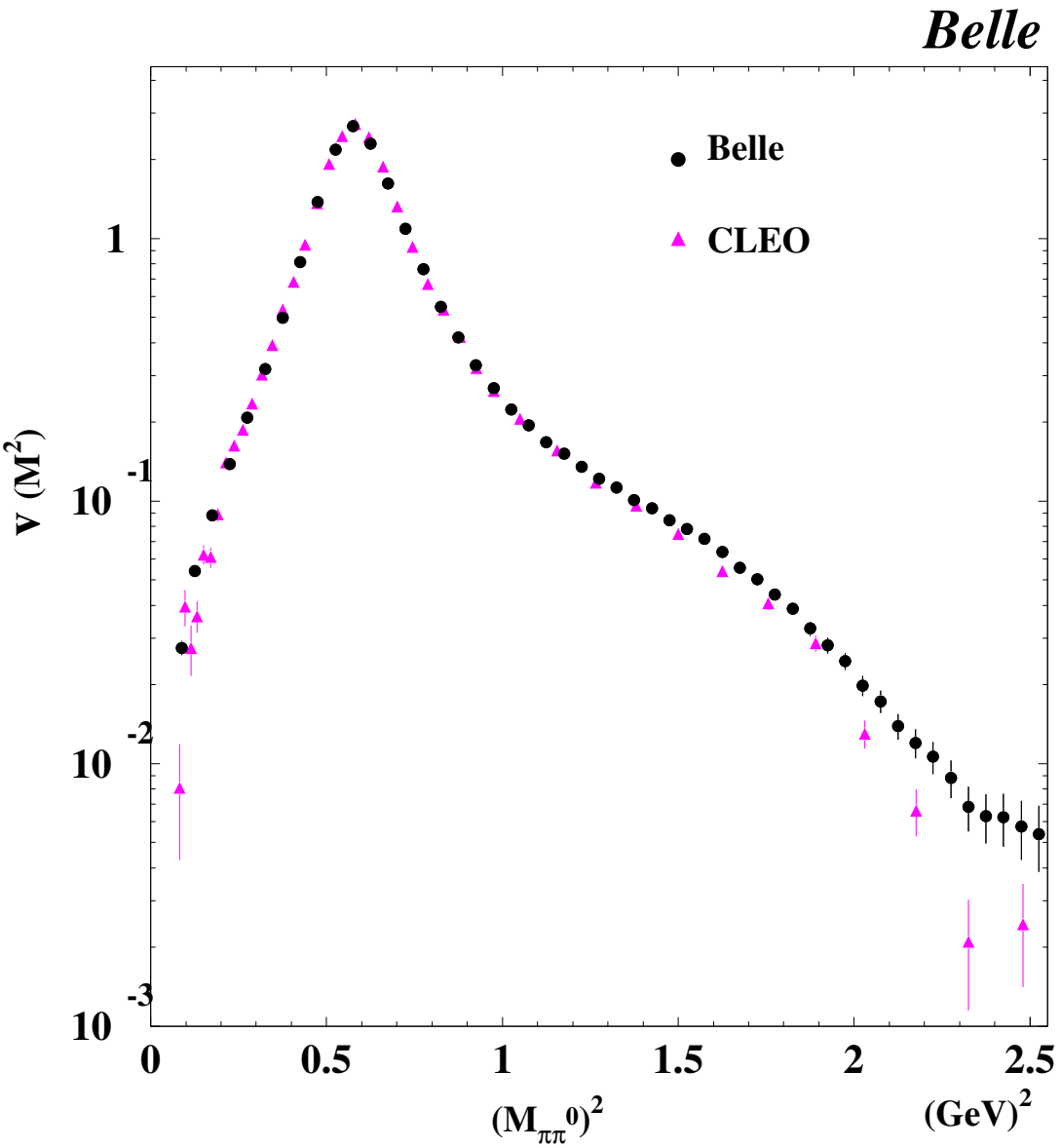

図 4.5: スペクトラル関数 $(v^{\pi\pi}(s))$ 分布。 黒の丸は Belle のデータを、ピンク色の三角は CLEO のデータをそれぞれ示す。

めたパイオンの構造因子分布を図 4.6 に示した。このパイオンの構造因子もまた、スペクトラル関数と並んでハドロン系の状態を記述するのに特徴的な要素である。

$$|F_\pi|^2 = \frac{12}{\beta_\pi^2} v^{\pi\pi^0}(s) \tag{4.25}$$

$$\beta_\pi(M) = \sqrt{\left(1 - \frac{(m_{\pi^+} - m_{\pi^0})^2}{M^2}\right)\left(1 - \frac{(m_{\pi^+} + m_{\pi^0})^2}{M^2}\right)} \tag{4.26}$$

4.4 $a_\mu^{\pi\pi}$ の評価

4.4.1 ミューオンの異常磁気モーメントのハドロン真空偏極項

2 章でも述べたが、ミューオンの異常磁気モーメントの中で、理論に最も大きな不定性をもたらすのは、ハドロニックな部分 (a_μ^{hadron}) である。

$$a_\mu^{hadoron} = a_\mu^{had,LO} + a_\mu^{had,HO} + a_\mu^{had,LBL}$$

このうち、低いエネルギー領域の項、$a_\mu^{had,LO}$ の中で、本解析で用いた $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊のデータを使って求められるものが $a_\mu^{\pi\pi}$ である。
今回は、式 2.10 の積分を「 bin ごとの entry 数をたし合わせる」という単純な方法で実行した。

$$a_\mu^{\pi\pi} = \sum_i f_i n_i^{\pi\pi} \Delta_{q^2 i} \tag{4.27}$$

ここで、f_i は i 番目の Bin にかかる係数、$n_i^{\pi\pi}$ は i 番目の Bin の $(M_{\pi\pi^0})^2$ 分布の entry 数、$\Delta_{q^2 i}$ は Bin 幅である。

- 統計誤差 (statistic error) については、error matrix $E_{i,j}$ を考慮して、

$$\Delta a_\mu^{\pi\pi^0} = \sum_{i,j} \left(\frac{da_\mu}{dn_i}\right)\left(\frac{da_\mu}{dn_j}\right) E_{i,j} \tag{4.28}$$

  とした。

- 系統誤差 (systematic error) については、本解析から来るものと、本解析外からくるものがある。そのうちの本解析から来る系統誤差は以下のものであり、表 4.4 に記す。

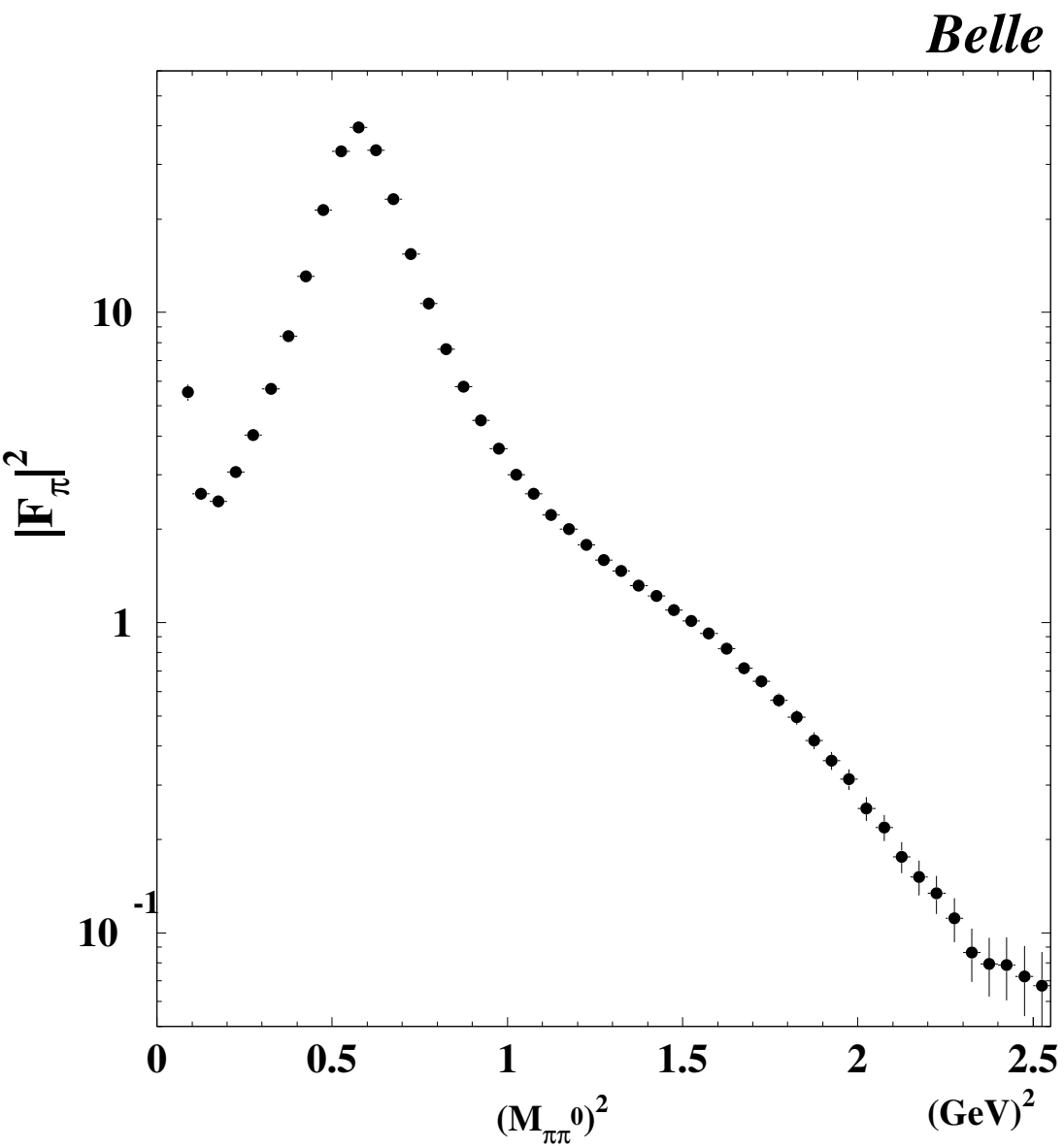

図 4.6: パイオンの構造因子 ($|F_\pi|^2$) 分布

1. バックグラウンドの見積りの不確定さからくるもの
   バックグラウンドは、
   (a) $2\pi^0\nu_{tau}$ と $k\pi^0\nu_\tau$ モードからの feed-down
   (b) τ 以外のバックグラウンド
   の 2 つがあり、はじめのケースでは、崩壊分岐比の不確定さがエラーとして考慮された。2 つめのケースでは、取り扱っているサンプルのバックグラウンドの見積りの不確定さをエラーとしている。
2. エネルギースケールの不確定さからくるもの
   光子のエネルギースケールは、Bahbha 散乱や $e^+e^- \to \gamma\gamma$ や π^0 シグナルのようなイベントを扱うことによって測定される。π^0 質量のピークの位置から、エネルギースケールの不確定さは $\pm 2.0\%$ と評価され、それをもとに $\Delta a = 0.1 \times 10^{-10}$ とする。
3. π^0 選別の不確定さからくるもの
   以前に述べたように、π^0 のバックグラウンドはシグナル領域からサイドバンド領域のイベントを除去することによって求めた。π^0 選別の不確定さは、シグナルとサイドバンドの領域を変えることによって測定し、その値を $\Delta a = 0.8 \times 10^{-10}$ と見積もった。
4. 光子の検出効率の不確定さからくるもの
   光子の検出効率の不確定さは、2 つの場合で評価される。
   (a) 光子のしきい値を 0.08GeV から 0.2GeV と広く変化させる
   (b) 他の崩壊モード (γ/η サンプル) から決定できる検出効率を考慮したものと、しないものの差
   これらを考慮して、$\Delta a = 1.8 \times 10^{-10}$ と見積もった。

また、本解析以外からの系統誤差は、表 4.3 に記している。

以上の計算の結果、表 4.5 に記す値を得た。

各実験番号の $a_\mu^{\pi\pi^0}$ の平均値 $\bar{a}_\mu^{\pi\pi^0}$ は、次の式で求める。

$$\bar{a}_\mu^{\pi\pi^0} = \sum_i f_i a_\mu i f_i = \frac{L_i}{\sum_i L_i} \tag{4.29}$$

L_i は各実験番号のルミノシティ。
この式をもとに、各実験番号の $a_\mu^{\pi\pi^0}$ をまとめると、

$$\bar{a}_\mu^{\pi\pi^0} = 547.6 \pm 1.1(stat.)$$

となった。ここでのエラーは、統計誤差である。
π^- と π^0 の質量の差からくるアイソスピン不変の効果と、光子輻射補正については、関

	$a_\mu^{\pi\pi}$ の誤差 (10^{-10})
バックグラウンド	
・ non-τ(ハドロン)	± 0.4
・non-τ(2 光子)	± 0.05
・feed-down $h \geq 2\pi^0\nu$	± 0.3
・feed-down $K^-\pi^0\nu$	± 1.2
エネルギースケール	± 0.1
π^0 選別	± 0.8
Efficiency	
・γ しきい値の変化	± 1.8
積分手順	
(実験の合計)	$\pm$ 2.4

表 4.4: $a_\mu^{\pi\pi}$ の系統誤差

実験番号	$a_\mu^{\pi\pi}$
09	$(542.4 \pm 1.9(stat)) \times 10^{-10}$
11	$(546.5 \pm 1.4(stat)) \times 10^{-10}$
13	$(546.5 \pm 1.2(stat)) \times 10^{-10}$
15	$(547.5 \pm 1.1(stat)) \times 10^{-10}$
17	$(549.3 \pm 1.2(stat)) \times 10^{-10}$
19	$(548.6 \pm 0.8(stat)) \times 10^{-10}$

表 4.5: 実験番号ごとの $a_\mu^{\pi\pi}$ の値と統計誤差

連図書 [5] で議論している。アイソスピンの破れを考慮した補正値、$\Delta a_\mu^{\pi\pi} = -13.8 \pm 2.4$ [4] と、先程議論した系統誤差を考慮すると、

$$a_\mu^{\pi\pi} = (533.8 \pm 0.5(ststst.) \pm 3.8(sys.) \pm 2.4(isospin)) \times 10^{-10}$$

となった。ここで、はじめのエラーは統計誤差、次ののエラーは系統誤差、3 つめのエラーはアイソスピンの破れの補正を考慮したものである。

これまでの ALEPH、CLEO の実験の結果が、

$$a_\mu^{\pi\pi} = 520.1 \pm 3.5(stat) \pm 2.4(sys) \pm 2.4(isospin)$$

であるので、本解析の結果とこれまでの ALEPH、CLEO の実験の結果は 3σ ほどの差が見られる。表 4.5 を見てもわかるように、実験番号によって $a_\mu^{\pi\pi}$ にばらつきが見られるので、今後はこの実験番号ごとのばらつきについて議論する必要があると言える。

第5章　結果と考察

KEKB 加速器における、Belle 実験が収集したデータを用いて、$\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 崩壊における $\pi\pi^0$ 系のスペクトラル関数の測定を行った。使用したデータは、Belle 実験で 2000 年 10 月から 2002 年 3 月までに収集された 72.2/fb のデータであり、事象選別の結果、約 550 万個の $\tau \to \pi\pi^0\nu_\tau$ 事象を得た。スペクトラル関数を求める前段階として、SVD unfolding 法を用いて $\pi\pi^0$ の不変質量分布求め、得られた分布に対して、Gounaris & Sakurai モデルの Breit-Wigner 関数で fit をした。その後、スペクトラル関数を得、それを積分して求めたミューオンの異常磁気モーメントの低いエネルギー領域におけるハドロンの真空偏極項は、$a_\mu^{\pi\pi} = (547.6 \pm 0.5(stat.) \pm 2.4(sys.) \pm 3.0(sys.ext)) \times 10^{-10}$ となった。ここで、はじめのエラーは統計誤差、次のエラーは本解析から来る系統誤差、3 つめのエラーは本解析外からの系統誤差である。
補正値、$\Delta a_\mu^{\pi\pi} = -13.8 \pm 2.4[4]$ を使って、アイソスピン不変の破れの補正をした結果は、

$$a_\mu^{\pi\pi} = (533.8 \pm 0.5(ststat.) \pm 3.8(sys.) \pm 2.4(isospin)) \times 10^{-10}$$

となった。ここで、3 つめのエラーはアイソスピンの破れの補正を考慮したものである。ALEPH、CLEO の実験の結果が、$a_\mu^{\pi\pi} = 520.1 \pm 3.5(stat) \pm 2.4(sys) \pm 2.4(isospin)$ であるので、本解析の結果とこれまでの ALEPH、CLEO の実験の結果は 3σ ほどの差が見られる。この差を生み出した原因について、追求していくことが今後の課題となる。

付 録A　Belle実験装置

KEKB 加速器は、CP 非保存を予言する小林益川理論を検証することを目的として建設された電子 · 陽電子衝突型加速器である。B 中間子反 B 中間子対を大量に生成するために、重心系のエネルギーは $\Upsilon(4s)$ 状態の 10.58GeV に設定されている[1]。

一般に加速器には、高いエネルギーを目指すものと、高いルミノシティを目指すものがある。KEKB 加速器は、大量の B 中間子反 B 中間子の生成を目的としているため高いルミノシティを実現するように設計されている。

KEKB 加速器は電子と陽電子のエネルギーが異なる非対称エネルギー、2 リング型の衝突型加速器になっており、これは B 中間子の崩壊点を精度よく測定するためである。

A.1　非対称エネルギー 電子・陽電子衝突型加速器 (KEKB)

B ファクトリーのような非対称エネルギー型の衝突型加速器では、電子と陽電子は異なったリング中に蓄積されなければならないため、2 リングが必要となる。実際の KEKB 加速器の全体図を図 A.1 に示す。KEKB では既存の周長 3km のトリスタンのトンネルの中に電子を蓄積する 8GeV のリングと、陽電子を蓄積する 3.5GeV のリングの 2 つリングを並べて設置されている。電子と陽電子は各々のリングの中を反対方向に周回する。2 つのリングは 2ヶ所で交差するが、そのうちの筑波実験棟中の 1ヶ所で電子と陽電子が衝突するようになっており、衝突点を囲んで Belle 測定器と呼ばれる大型の検出器が設計されている。

KEKB 加速器ではビーム輝度 (ルミノシティ) が最大となるように設計されている。ルミノシティ$\mathcal{L}$は、断面積 σ を持つ、反応の発生頻度 R が R=$\mathcal{L}\sigma$ となるように定義される。衝突型加速器において、ルミノシティーはつぎのような式により与えられる。

$$\mathcal{L} = 2.2 \times 10^{34} \xi (1+r)(\frac{E \cdot I}{\beta_y^*}) \ /cm^2/s$$

ここで、E はビームのエネルギー (単位：GeV),I は蓄積電流 (単位：A) である。また、ξ はビームチューンシフトと呼ばれる量であり、ほぼ 0.040 の値を持つ。r は衝突点における垂直方向のビームサイズを水平方向のビームサイズで割った値であり、β_y^* は衝突点で垂

[1] $\Upsilon(4s)$ は約 96%以上の確率で B 中間子反 B 中間子対に崩壊する

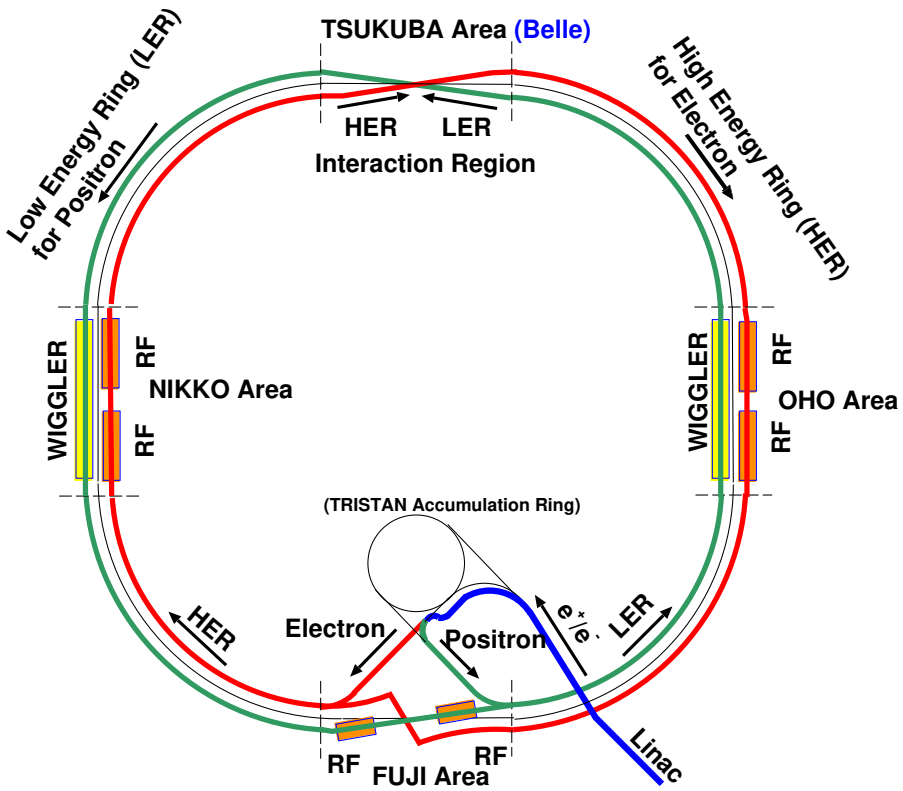

図 A.1: KEKB 加速器

Ring	LER	HER
ビームエネルギー (e^+e^-)	3.5 GeV	8.0 GeV
周長	3016.26 m	
ルミノシティ	$1 \times 10^{34}\ cm^{-2}\,s^{-1}$	
ビーム交差角	± 11 mrad	
ビームビームチューンシフト	0.039/0.052	
Beta function at IP (β_x^*/β_y^*)	0.33/0.01 m	
ビーム電流 (e^+e^-)	2.6 A	1.1 A
ビームエネルギーの広がり	7.1×10^{-4} MeV	6.7×10^{-4} MeV
バンチ間隔	0.59 m	
バンチの数	5000	

表 A.1: KEKB 加速器のパラメーター

直方向 (y 方向) にどれだけビームを絞れるかを表すパラメーターである。結局、ルミノシティを大きくするためには、ξ と蓄積電流を大きくし、β_y^* を小さくすれば良い。
KEKB では、2003 年 11 月に設計値であるビームルミノシティ、$10^{34} cm^{-2} s^{-1}$ を達成した。
陽電子リングでは 2.6A の電流を蓄積することが必要である。

A.2 Belle 検出器

電子・陽電子の衝突で生成された B 中間子対が崩壊すると、荷電粒子と光子が平均 10 個づつ放出される。Belle 測定器は、これらの粒子を高い効率で検出し、かつ粒子の崩壊点や粒子の種類を区別する能力を持つように設計された大型の測定器である。Belle 測定器の全体図を図 A.2、断面図を図 A.3 に示し、表 A.2 に Belle 測定器中にくみこまれている各測定器の性能の一覧を示す。

ここで、Belle 検出器の座標軸は、ビームの衝突点を原点とし、電子のビームの方向を z 方向、鉛直上向を y 軸、この 2 つから右手系になるように x 軸をとっている。また、z 軸回りの回転角を ϕ、z 軸からの偏角を θ、z 軸からの距離を r($r = \sqrt{x^2 + y^2}$) とする。

Detector	Type	Configuration	Readout	Performance
Beam pipe	Berylium double-wall	Cylindrical, r = 2.3 cm 0.5 mm Be/ 2 mm He /0.5 mm Be		
SVD	Double sided Si strip	300 μm thick, 3 layers r = 3.0 - 5.8 cm Length = 22 - 34 cm	ϕ: 41k θ: 41k	$\sigma_{\Delta z} \sim 105$ μm
EFC	BGO	2 cm × 1.5 cm × 12 cm	θ : 5 ϕ : 32	
CDC	Small cell drift chamber	Anode : 52 layers Cathode : 3 layers r = 8.5 - 90 cm -77 $\leq$ z $\leq$ 160 cm	A: 8.4k C: 1.5k	$\sigma_{r\phi} = 130$ μm $\sigma_z = 200 \sim 1{,}400$ μm $\sigma_{p_t}/p_t = 0.3$ % $\sqrt{p_t^2+1}$ $\sigma_{dE/dx} = 6$ %
ACC	n : 1.01 $\sim$ 1.03 Silica Aerogel	$\sim 12 \times 12 \times 12$ cm ^{3} blocks 960 barrel / 228 endcap FM - PMT readout	1,788 ch	$\mu_{eff} = \geq 6$ K/π 1.2 $\leq$ p $\leq$ 3.5 GeV/c
TOF	Plastic Scintillator	128 ϕ segmentation r = 120 cm, 3 m long	128 × 2 ch	$\sigma_t = 100$ ps K/π =up to 1.2 GeV/c
ECL	CsI	Tower structure $\sim 5.5 \times 5.5 \times 30$ cm^3 crystals Barrel : r = 125 - 162 cm Endcap : z = -102 and +196 cm	6,624(B) 1,152(FE) 960(BE)	σ_E/E $= \frac{0.066(\%)}{E} \oplus \frac{0.81(\%)}{E^{1/4}} \oplus 1.34(\%)$ $\sigma_{pos} = 0.5$ cm / $\sqrt{E}$ E in GeV
MAGNET	super conducting	inn.rad. = 170 cm		B = 1.5 T
KLM	Resistive plate counter	14 layers (5 cm Fe + 4 cm gap) 2 RPCs in each gap θ and ϕ strips	θ: 16k ϕ: 16k	$\Delta\phi = \Delta\theta = 30$ mrad for K_L $\sigma_t = 1$ ns 1 % hadron fakes

表 A.2: Belle 検出器のパラメータ

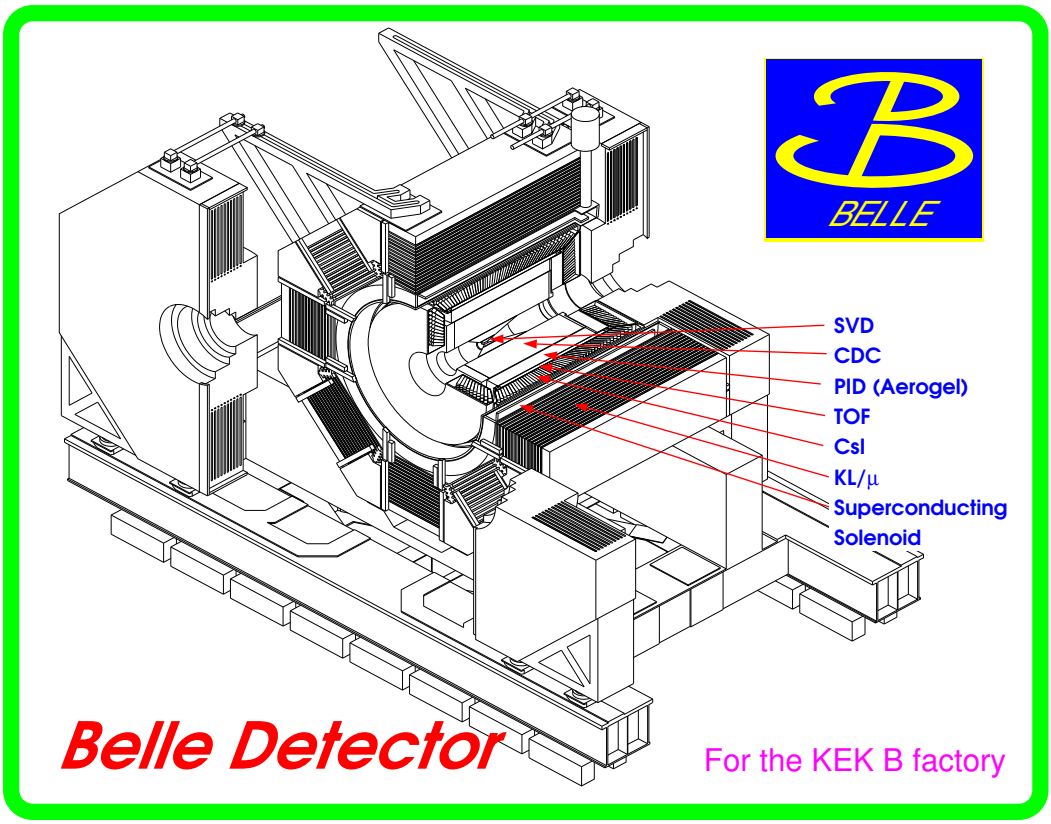

図 A.2: Belle 測定器

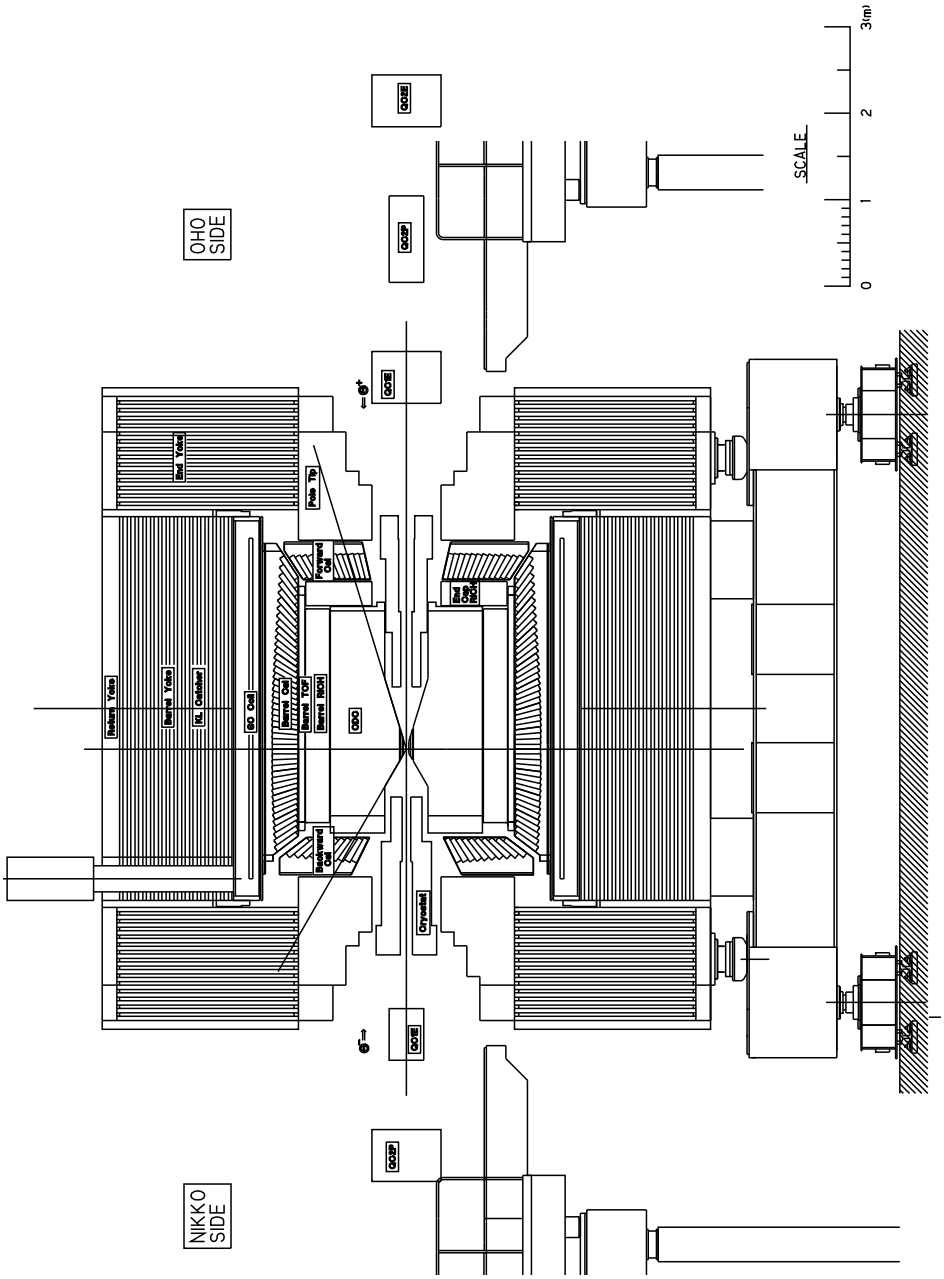

図 A.3: Belle 測定器の構造

A.2.1 粒子崩壊点測定器 (SVD:Silicon Vertex Detecter)

シリコン · バーッテクス · ディテクター (SVD) は、最もビーム衝突点の近くにおかれた測定器で、短い寿命 $(10^{-10} \sim 10^{-13} sec)$ をもつ粒子の崩壊点を測定するための測定器である。粒子の崩壊点の測定は B 中間子のみでなく、D 中間子や τ レプトンの物理の研究を行う上でも非常に重要である。本測定器は、崩壊点の z 方向の分解能 $\sigma_z \sim 100\mu m$ を達成している。SVD はその外側に位置する中央飛跡検出器 (CDC) と共に粒子の飛跡を検出し、運動量を精度良く測定する役割を担っている。

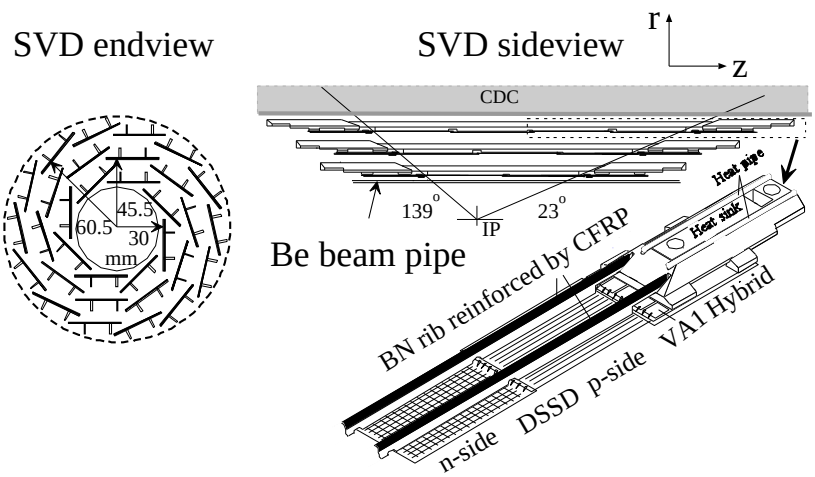

図 A.4: 粒子崩壊点測定器の構造

図 A.4 は SVD の側面図と断面図である。バレル部分は 3 層になっておりビーム軸との角度が $23^\circ < \theta < 139^\circ$ の範囲を覆っている。また各々の層の半径は、内側から 30mm,45.5mm,60.5mm になっており、独立なラダーから成る。各々のラダーにはシリコンストリップ検出器 (DSSD) があり、内側の層から 8,10,14 枚でビームパイプを取り囲んでいる。シリコンストリップ検出器 (DSSD) とは厚さ 300μm のシリコン板に幅 6μm の電極を 25μm 間隔に張付けたものであり、この上下面の電極に逆バイアスの電圧をかけることによって、電極間を荷電粒子が通過する際に生じる電子ホール対を各電極に集め、信号として読み出す。

A.2.2 中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber)

荷電粒子の飛跡や運動量の正確な測定が、中央飛跡検出器 (CDC) の重要な役割である。ソレノイドが作る 1.5T の磁場中で荷電粒子は、螺旋した飛跡を描き, 飛跡の長さ (xy 平面での半径 r) を検出することで荷電粒子の横方向運動量 (p_t) を以下の式で求めることができる。

$$p_{t[GeV/c]} = q_{[C]} B_{[T]} r_{[m]}$$

ここで、r は螺旋の半径である。また z 方向の運動量は螺旋のピッチから与えられる。また CDC では、荷電粒子のエネルギー損失 (dE/dx) を測定することにより、荷電粒子の種類を識別する能力を備えている。図 A.5 に CDC で測定された、エネルギー損失を荷電粒子の運動量の関数として示す。エネルギー損失は粒子の種類に依存せず速さ $(\beta = v/c)$ で決まる。異なる種類の粒子は最小のエネルギー損失となる運動量が違うため、異なる曲線を与える。横方向の運動量分解能は $\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = 0.3\% \sqrt{p_t^2 + 1}$ (p_t の単位は GeV)、dE/dx の分解能は $\frac{\sigma}{dE/dx} = 6\%$ を達成している。これを用いて、検出した荷電粒子がどの曲線に近いかにより、その粒子の識別が可能である。

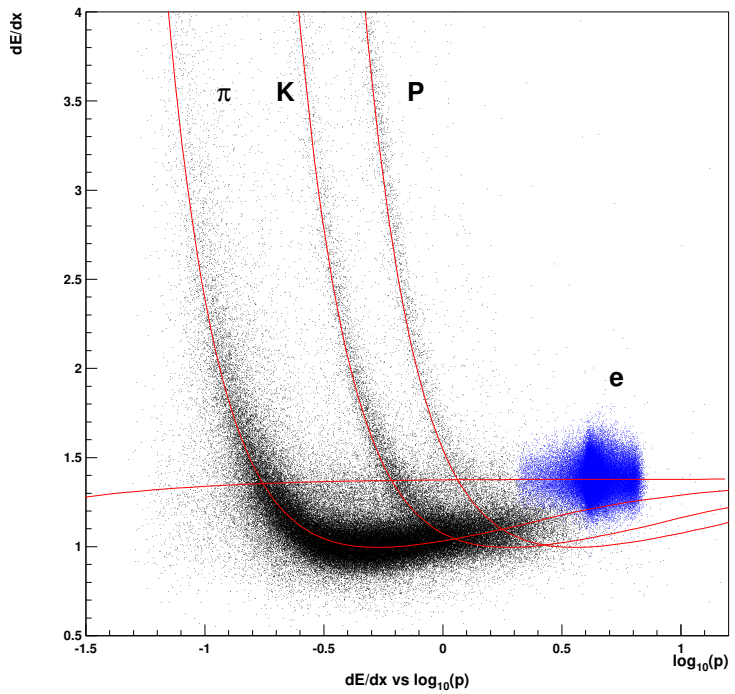

図 A.5: エネルギー損失。 荷電粒子の種類ごとのエネルギー損失を運動量の関数として示した図。

CDC の構造は、図 A.6 にあるように、外径が約 88cm、長さ約 235cm の円筒形で、衝突点に対して $17^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ の領域をカバーしている。Z 方向に非対称になっているのは、ビームのエネルギーが電子と陽電子とで異なっていることを考慮しているためである。また前方や後方など半径 r の小さいところ[2]では、運動量の小さな粒子に対するアクセプタンスをより大きくするために円錐形になっている。内部は 3 層のカソードワイヤーと 50 層

[2]半径 r が 30cm よりも小さいような領域。

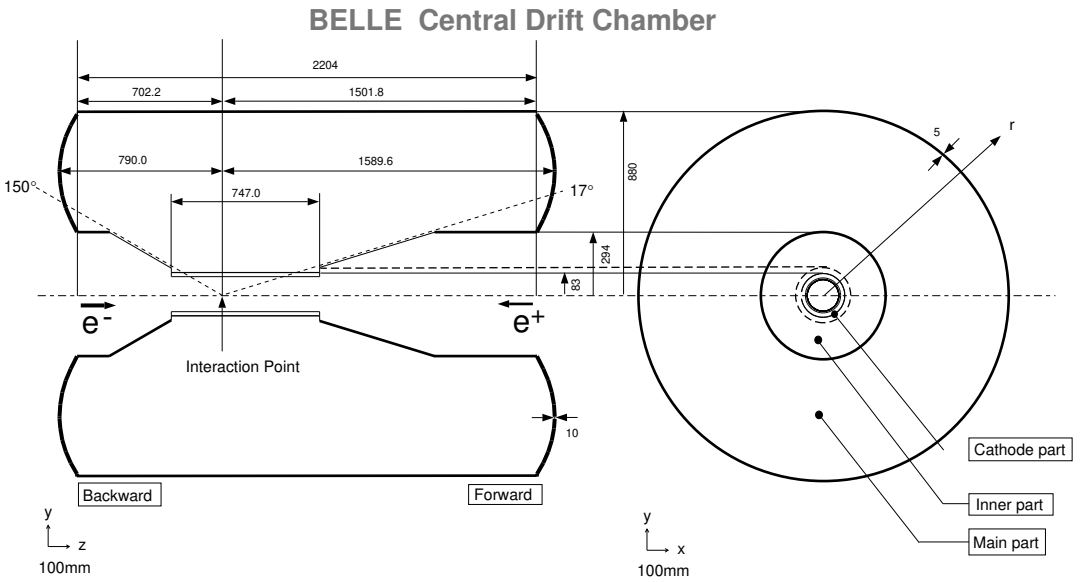

図 A.6: 中央飛跡検出器の構造

のアノードワイヤーで構成され、後者は陽電子ビーム軸に平行に張られたアクシャルワイヤーと、Z 方向の位置測定能力を上げるためにビーム軸に対して約 50_{mrad} の角度をつけて張られたステレオワイヤーとの 2 種類から成る。各々のドリフトセルはほぼ正方形の形をしており、内側の 3 セルを除けばドリフトする最大の距離は $8_{mm} \sim 10_{mm}$ で半径幅は $15.5_{mm} \sim 17_{mm}$ である。読み出しはアノードワイヤーとカソードストリップで行われる。

A.2.3 エアロジェルチェレンコフカウンター (ACC:Aerogel $\check{C}$erenkov Counter)

エアロジェル・チェレンコフカウンター (ACC) の役割は $K^{\pm}$ と $\pi^{\pm}$ とを識別することである。荷電粒子が ACC を通過するとその粒子速度 v と光速の比 $\frac{v}{c}$ がエアロジェルの屈折率 n に対して、

$$\frac{v}{c} > \frac{1}{n}$$

の時、チェレンコフ光を出す。図 A.7 に示すように、異なった屈折率のエアロジェルを用いることにより、$1.2 \sim 3.5 GeV/c$ の領域で $K^{\pm}$ と $\pi^{\pm}$ を識別することができるように設計されている。この運動量領域で荷電粒子が $\pi^{\pm}$ であれば、チェレンコフ光を出し、K であればチェレンコフ光を出さない構成になっている。

図 A.7 のように ACC は Belle 検出器の中央部分に位置する。ACC のバレル部分には ϕ 方

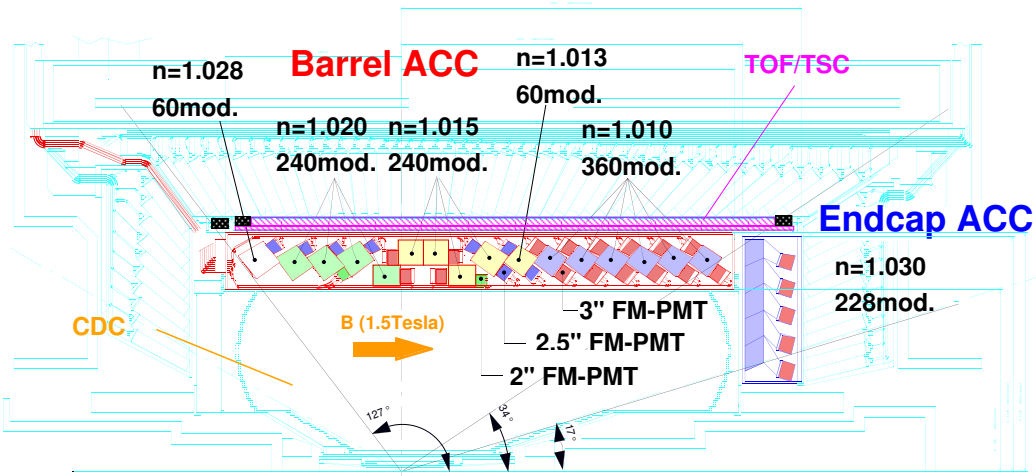

図 A.7: エアロジェルカウンターの構造

向に 60 セルにわけられた 960 個のカウンターモジュールがあり、エンドキャップ部分は同心の 5 層に配列された 228 個のカウンターモジュールがある。すべてのカウンターは衝突点の方向を向いた状態で配列されている。

$\pi^{\pm}$ と $K^{\pm}$ をより良く識別するために、エアロジェルの屈折率は、$1.01 \sim 1.03$ の間を選ぶ。カバーしている領域は $17^{\circ} < \theta < 127.2^{\circ}$ である。ACC カウンターモジュールを、図

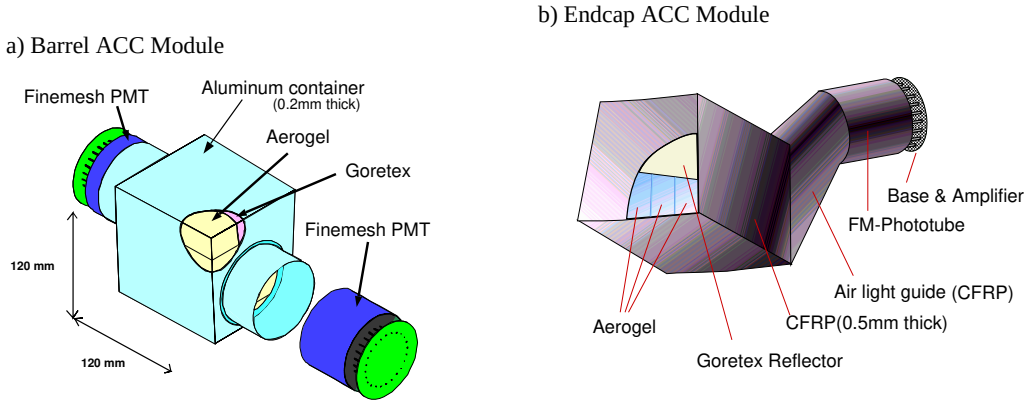

図 A.8: エアロジェルカウンターモジュールの構造

A.8 の (a)(b) に示す。各々バレル部分とエンドキャップ部分に使われている。5 枚のエアロジェルのタイルが厚さ 0.2mm のうすいアルミニウム製の一辺 12cm の立方体の箱の中に積み重ねられている。チェレンコフ光を検出するために、1,2 個の光電子増倍管 (ファインメッシュ型,FM-PMT) が取りつけられている。

A.2.4 飛行時間測定器 (TOF:Time of Flight)

飛行時間測定器 (TOF) は, プラスチックシンチレーションカウンターを使用した検出器で、荷電粒子の飛行時間を使って、粒子識別を行うための検出器である。本検出器は時間の測定精度が 100psec を達成しており、これによって運動量 1.2GeV を持つ粒子まで識別が可能である。これは、$\Upsilon(4s)$ で生成された粒子の 90%に相当する。
100ps の時間精度を実現するために、シンチレーション発光の立ち上がりの速いシンチレーターを使用した。カウンター内を伝達するシンチレーション光の時間的分散を最小にするために light-guides は使用されていない。また光子収集を最大にするために、感度が広域のフォトカソードを持つ光電子増倍管を使用している。TOF システムは 128 個の TOF カウンターと 64 個の TSC カウンターから成る。台形の形をした長さ 1.2m の TOF カウンター 2 個と、TSC カウンター 1 個でモジュール 1 個を作り、衝突点から 1.2m(r=1.2m) の位置にある 64 個のモジュールで衝突点に対して、$34^\circ < \theta < 120^\circ$ の領域がカバーされている。

A.2.5 電磁カロリーメータ (ECL:Electromagnetic Calorimeter)

電子や光子は物質にあたると電磁シャワーを作り、エネルギーを失う。この全エネルギー損失を測定することで、電子や光子のエネルギーを非常に良い精度で測定するのが電磁カロリーメーター (ECL) の役割である。
Belle 実験において電子の識別は、CDC で測定された荷電粒子の運動量と ECL で測定されたエネルギーデポジットとの比 (E/P) により行うことができる。荷電粒子が電子の場合は、この比が 1 であるのに対し、荷電 π 中間子などのハドロンが ECL に入射した場合エネルギーの一部を失うため、E/P が 1 よりずっと小さくなる。これを利用し、電子とハドロン (π,K) との識別が可能である。

上記の要求を満すために、Belle では CsI(Tl) 結晶を電磁カロリーメータとして用いている。シンチレーション光の読み出しには、磁場中で問題なく使えるシリコンフォトダイオード 2 枚を用いている。1 個の CsI(Tl) カウンターのサイズは前面が $5.5cm \times 5.5cm$ で長さが 30cm である (図 A.9)。ECL はこの CsI カウンターが 8736 個使われている。その断面図を図 A.10 に示す。バレル部分は内径が 1.25m で長さ 3m である。前方と後方のエンドキャップは衝突点から Z 方向に+2.0m と-1.0m の位置にある。前方エンドキャップは

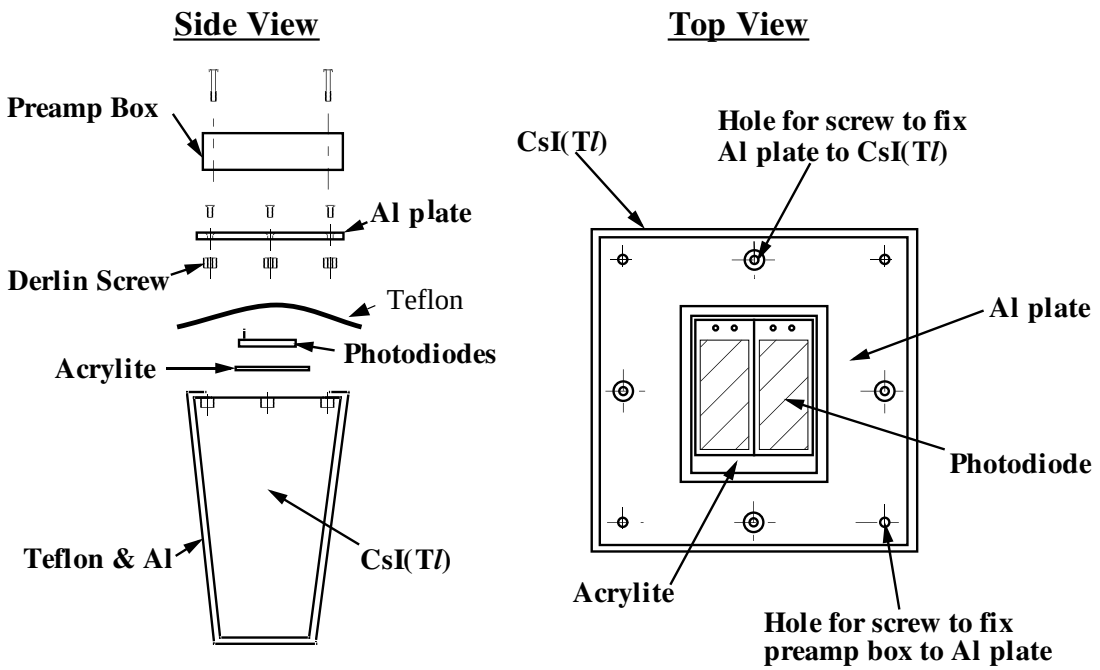

図 A.9: CsI(Tl) シャワーカウンター

$12.4^\circ \sim 31.4^\circ$、バレルは $32.2^\circ \sim 128.7^\circ$、後方エンドキャップは $130.7^\circ \sim 157.1^\circ$ の領域を各々カバーしている。

光子が ECL に入射した場合、その信号は 1 個の CsI カウンターに収まらず、周りの CsI カウンターまでおよぶ。直接光子が入射したカウンターは、周りのカウンターに比べ高いエネルギーを検出しているカウンターと定義し、そのカウンターを中心にカウンター 5 個 $\times$ 5 個(図 A.11) 領域内の 25 個のカウンターのエネルギーの和をそのシャワーのエネルギーとしている。達成されたエネルギー分解能は

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0.066\%}{E} \oplus \frac{0.81\%}{E^{\frac{1}{4}}} \oplus 1.34\% \ , \qquad E \text{ の単位は } GeV$$

で与えられる。π^0 はほぼ 100%で $\pi^0 \to \gamma\gamma$ に崩壊する。特に高い運動量をもつ π^0 の検出は、2 つの γ のなす角度が小さいため、2 つの光子のシャワー領域が重なってしまう。そのため、1 つの光子としてエネルギーを測定してしまう。従って Belle 測定器では、高い運動量の π^0 から出た 2 光子の分離を CsI カウンターの表面を $5.5cm \times 5.5cm$ とシャワーの広がりより小さくすることで可能にしている。

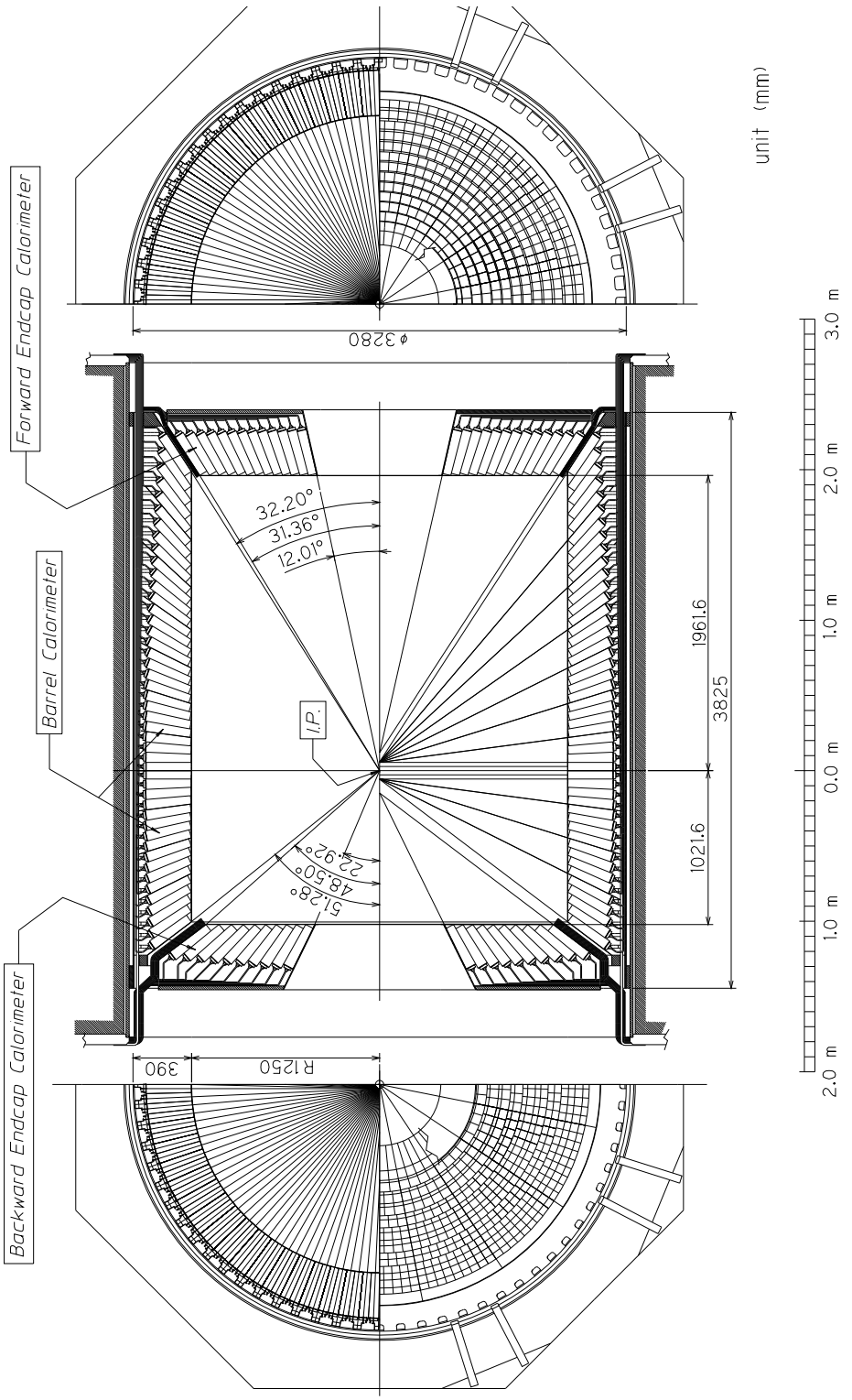

図 A.10: 電磁カロリーメータの断面図

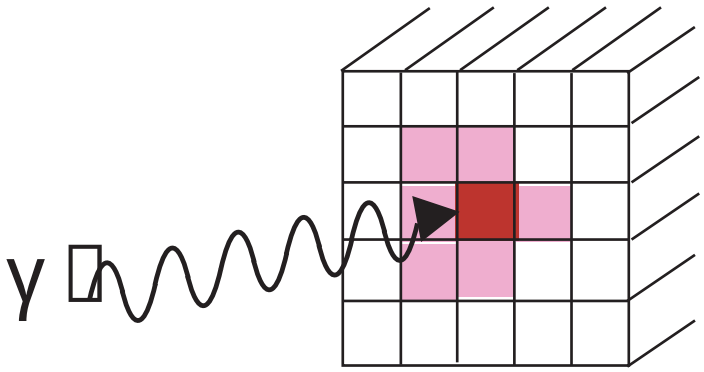

図 A.11: シャワーの再構成

A.2.6 K_L,μ 粒子検出器 (KLM)

Belle 測定器の最も外側に位置する K_L,μ 粒子検出器 (KLM) は 600MeV/c 以上の広い運動量領域での、K_L 及び μ 粒子の識別を役割としている。KLM 検出器は、高抵抗平行板チェンバーと厚さ 4.7cm の鉄を 11 層重ねた構造をもっている。

μ 粒子は貫通力が優れているため鉄を突き抜け、多くの RPC の層にクリーンな信号を残す。よって、CDC で測定した飛跡と KLM のヒットを関連づけることにより、μ 粒子の同定が可能である。一方で K_L は鉄と衝突し反応 (強い相互作用) を起こす。CDC に飛跡を残さず、KLM 内で残したシャワー信号は K_L によるものである。

A.2.7 トリガーシステム

トリガーとは研究対象である物理事象を効率よく識別し、バックグラウンド事象を除き、収集すべき反応事象頻度を限られたデータ収集システム容量内に収めることを目的としている。目標としている $10^{34}cm^{-2}s^{-1}$ のルミノシティーにおける各事象の断面積と Belle 実験で使用しているトリガーによるトリガー頻度を表 A.3 に示す。実際にはこの表にあげた物理事象の他にビームと真空パイプ中の残存ガスとの衝突点や宇宙線からのバックグラウンドが多くあり、それらを除いてこのような反応頻度におさえるのがトリガーの役割である。

Belle トリガーシステムを図 A.12 に示す。各検出器にはサブトリガーシステムがあり、CDC は飛跡トリガー、ECL はエネルギートリガー、KLM は μ 粒子トリガーを各々行い、TOF がトリガーのタイミングを行う。これらの情報をまとめ、GDL(Global Decision Logic) が収集すべき事象と判断するとトリガーのゲート[3]が出される。

[3]最終的なトリガー。これをうけて、測定器のサブシステムごとに信号の数値化がスタートする。

物理事象過程	断面積 (nb)	反応頻度 (Hz)
$\Upsilon(4S) \to B\bar{B}$	1.15	11.5
Hadron production from continuum	2.8	28.
$\mu^+\mu^- + \tau^+\tau^-$	1.6	16.
Bhabha ($\theta_{lab} \geq 17^\circ$)	44.	4.4 $^{(a)}$
$\gamma\gamma$ ($\theta_{lab} \geq 17^\circ$)	2.4	0.24 $^{(a)}$
2γ processes ($\theta_{lab} \geq 17^\circ$, $p_t \geq 0.1$ GeV)	~ 15	~ 35
Total	~ 67	~ 96

表 A.3: $10^{34} cm^{-2} s^{-1}$ のルミノシティーにおける各事象の断面積とトリガー頻度。Bhabha 散乱と光子対生成の事象は反応断面積が大きいので、トリガー頻度は 1/100 倍している

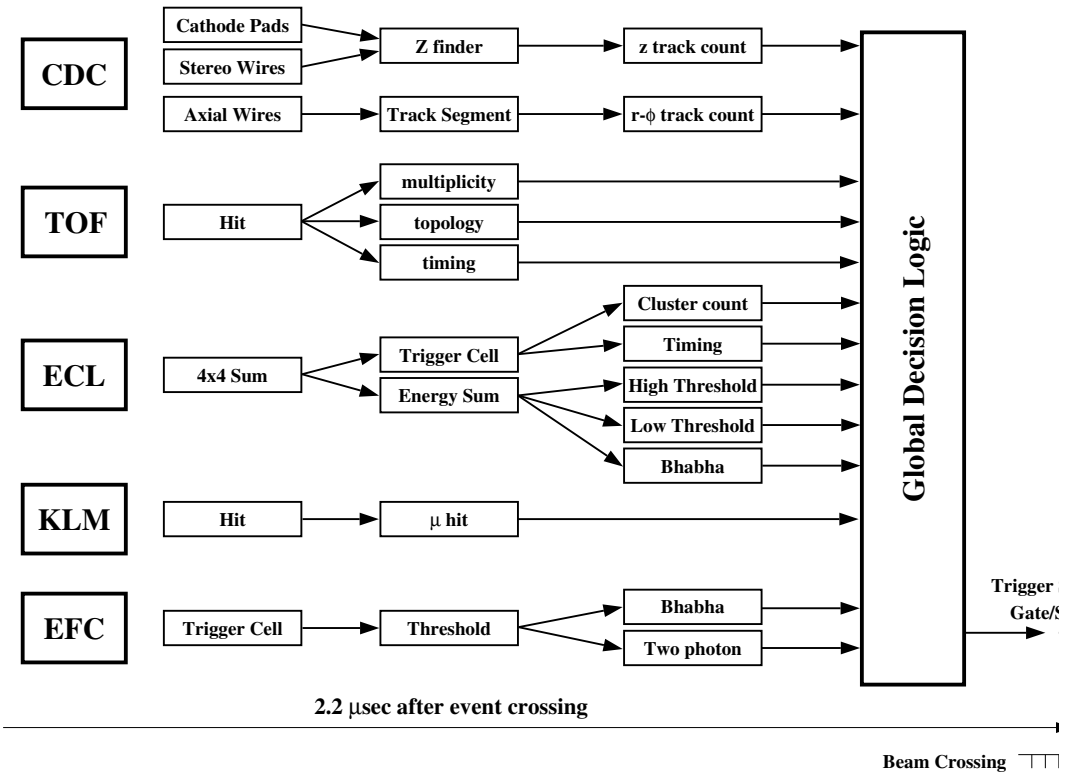

図 A.12: Belle トリガーシステム

A.2.8 データ収集システム (DAQ)

Belle 実験のデータ収集システムを図 A.13 に示す。各検出器のデジタル信号はイベントビルダーに送られ、位置事象分のデータにまとめられる。その後、オンラインコンピューターファームで事象生成が行われる。ここで、バックグラウンド事象を減らしてから、オフラインコンピューターシステムに転送られ、蓄積される。

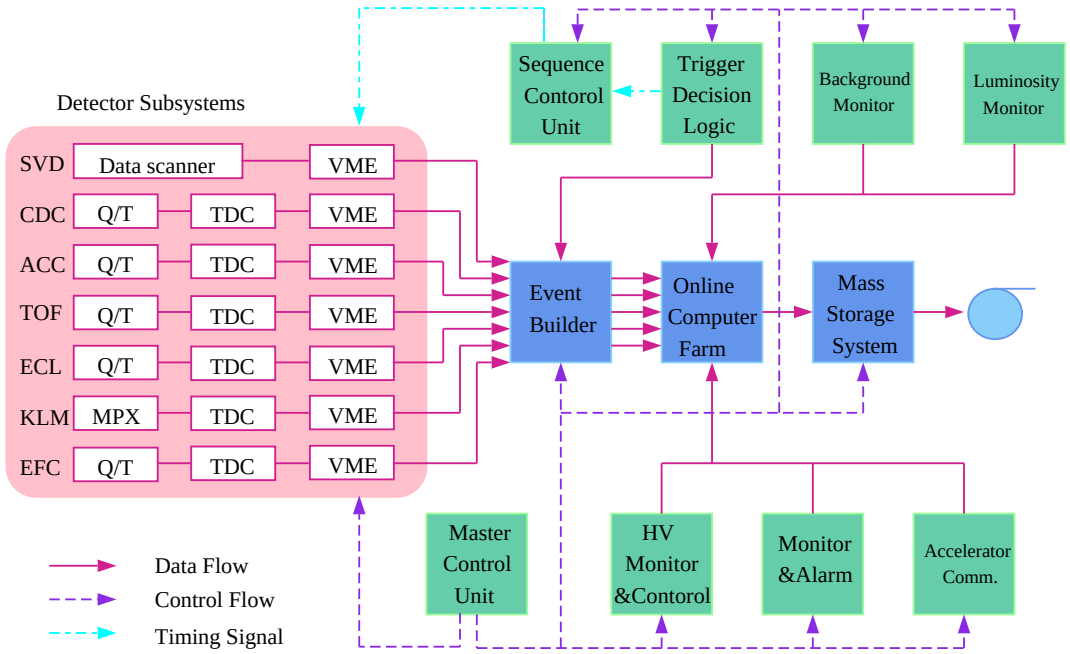

図 A.13: データ収集システム。

付 録B　崩壊分岐比:$\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$の測定

崩壊分岐比は、$\pi\pi^0$事象の数と、τペア事象の数の比から求めることができる。実際には、選択された事象中に含まれるバックグラウンド事象の除去や、検出器の検出効率の補正を行う必要がある。これらの補正を考慮して、崩壊分岐比は、以下の式で計算できる。

$$\mathcal{B}_{\pi\pi^0} = \frac{N_{\pi\pi^0}}{2N_{\tau-pair}} \cdot \frac{(1 - b^{feed-across} - b^{non-\tau})}{1 - b^{\tau-pair}} \cdot \frac{\epsilon_{\tau-pair}}{\epsilon^{\tau}_{\pi\pi^0}} \cdot \frac{1}{\epsilon^{ID}_{\pi\pi^0}} \tag{B.1}$$

ここで、$N_{\pi\pi^0}$は観測された$\pi\pi^0$崩壊の観測数、$N_{\tau\ pair}$は比較的ゆるい条件で選別されたτペア事象数、bはバックグラウンド、ϵは検出器の検出効率を表す。
結果を表 B.1 にまとめた。

実験番号	$\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$
09	$0.2573 \pm 0.0107(stat)$
11	$0.2566 \pm 0.0091(stat)$
13	$0.2565 \pm 0.0086(stat)$
15	$0.2568 \pm 0.0081(stat)$
17	$0.2557 \pm 0.0084(stat)$
19	$0.2552 \pm 0.0068(stat)$

表 B.1: 実験番号ごとの$\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$の値と統計誤差

この結果の実験番号ごとの分布を図 B.1 に示す。この図より、各実験番号の崩壊分岐比$\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$はほぼ一定である。

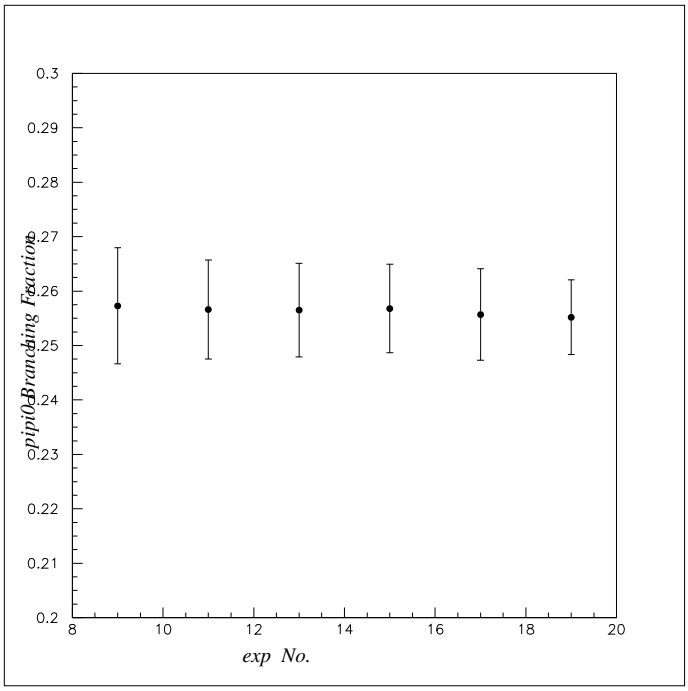

図 B.1: 実験番号ごとの $\mathcal{B}_{\pi\pi^0}$ 分布図

関連図書

[1] H.N. Brown*et al.*,Phys.Rev.Lett.,**86**,2227 (2001).

[2] G.W. Bennett*et al.*,Phys.Rev.Lett.,**89**,101804 (2002).

[3] M. Davier an d A. Höcker, Phys. Lett.,**B435**, 427(1998)

[4] M. Davier, S. Eidelman, A. Höcker and Z. Zhang, Eur.phys.J.C **27**, 497 (2003),hep-ph/0208177.

[5] V. Cirigliano, G. Ecker, H. Neufeld, Phys.Lett.B **513**(2001) 361;hep-ph/0109286.

[6] G. Alimonti *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A453** (2000) 71.

[7] G. D'Agostini , Nucl. Instr. Meth. **A 362**, (1995).

[8] M. Davier an d A. Höcker, Phys. Lett.,**B435**, 427(1998).

[9] KORALB(v.2.4)/TAUOLA(v.2.6): S. Jadach and Z. Wąs, Comp. Phys. Commun. **85** (1995) 453 and *ibid*, **64** (1991) 267, *ibid*, **36** (1985) 191; S. Jadach, Z. Wąs, R. Decker and J.H. Kühn, Comp. Phys. Commun. **76** (1993) 361, *ibid*, **70** (1992) 69, *ibid*, **64** (1991) 275.

[10] D. Buskulic *et al.*, (ALEPH Collaboration), Zeit. Phys. C **70**, 579 (1996).

[11] R. Barate *et al.*, (ALEPH Collaboration), Zeit. Phys. C **76**, 15 (1997).

[12] S. Anderson *et al.*, (CLEO Collaboration), Phys. Rev. D **61**, 112002 (2000).

[13] M, Artuso *et al.*, Phys. Rev. Lett. **72** 3762 (1994).

[14] M.Davier,Nucl.Phys.B(Proc.Suppl.)**123** (2003)135,hep-ex/0301035.

[15] The QQ B meson decay event generator was developped by the CLEO Collaboration. See the following URL:
http://www.lns.cornell.edu/public/CLEO/
soft/QQ.

[16] S. Jadach, W. Placzek, E.R. Wąs, B.F.L. Ward and Z. Wąs, Comput. Phys. Commun. **102** (1997) 229.

[17] S. Jadach, B.F.L. Ward and Z. Wąs, Comput. Phys. Commun. **130** (2000) 260; S. Jadach, B.F.L. Ward and Z. Wąs, Phys. Rev. **D63** (2001) 113009.

[18] F.A. Berends,P.H. Daverveldt and R. Kleiss, Camp. Phys. Commun.**40** (1986) 285.

[19] 片岡真由子
2001 年度 修士学位論文 「タウ粒子ハドロニック崩壊 ($\tau \to h\pi^0\nu$) の崩壊分岐比測定」

[20] 平野有希子
2002 年度 修士学位論文 「$\tau^- \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau$ 崩壊における $\pi^\pm\pi^0$ スペクトラル関数測定」